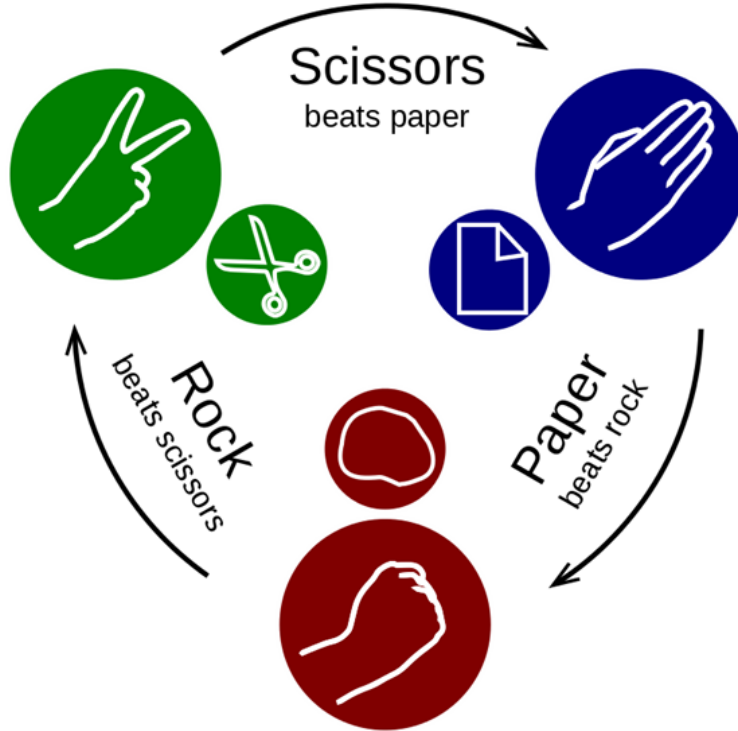


Понимание нетранзитивности превосходства и объекты экспериментального интереса в разных областях и парадигмах

А.Н. Поддьяков
Департамент психологии НИУ ВШЭ

Доклад на заседании научно-теоретического
семинара «Формальная философия»

30 июня 2021 г.



Иерархия подобных систем не выстраивается в «победную» пирамиду с указанием первого, второго и последнего места, а образует круг.

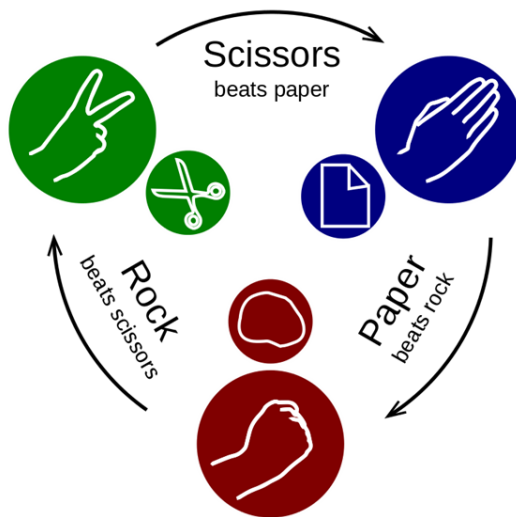
Результат конкретного столкновения в такой системе определяется не местом участника в линейном упорядоченном рейтинге (его здесь вообще невозможно выстроить), а только взаимодействием с конкретным соперником.

Правило транзитивности превосходства (доминирования, конкурентоспособности):

если $A > B$ и $B > C$, то $A > C$
(если $5 > 4$ и $4 > 3$, то $5 > 3$)

Неттранзитивные отношения превосходства:
если $A > B$ и $B > C$, то $A \text{ ? } C$

Антитранзитивные отношения:
если $A > B$ и $B > C$, то $C > A$



Проблема понимания нетранзитивности
превосходства может рассматриваться как
трансдисциплинарная

Fisher L. Rock, paper, scissors: Game theory in everyday life. New York: Basic books, 2008.

Klimenko A.Y., Klimenko D.A. The evolution of technology and emergence of the knowledge society – Concepts and challenges for future engineers. Glasstree Academic Publishing, 2019.

В докладе будет рассмотрено понимание
нетранзитивности в различных научных областях и
парадигмах

		Доминирующая парадигма			
		нетранзитивно-ориентированная	транзитивно-ориентированная	нейтральная	в стадии (пере)формирования, идут бои
Область	биология				
	математика				
	физика				
	логика				
	экономика				
	теория принятия решений				
	психология				
	философия				

Биология:
одно из важных понятий -
нетранзитивная конкуренция
(nontransitive competition)

В биологии уже почти 100 лет, с 20-х гг. XX в., известна и широко используется математическая модель отношений «хищник-жертва» Лотки — Вольтерры, из которой в явном виде выводится модель нетранзитивной конкуренции между тремя видами.

May R. M., Leonard W. J. (1975). Nonlinear aspects of competition between three species.

Нетранзитивная конкуренция - важное условие поддержания биоразнообразия и сосуществования видов.

Special Feature: Intransitive competition and species coexistence // Journal of Ecology. 2018. Vol. 106 (3).

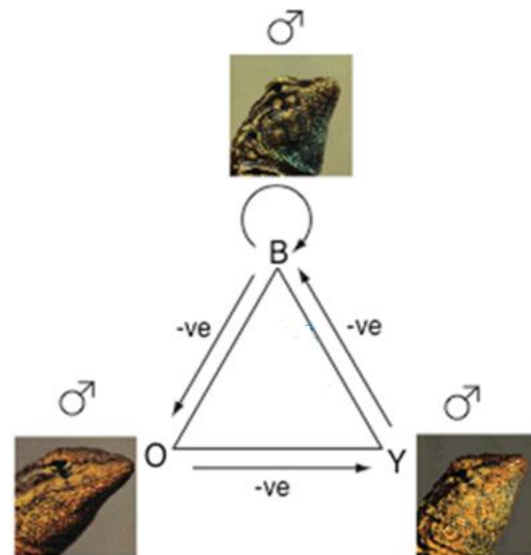
с инициирующей статьей

Soliveres S., Allan E. Everything you always wanted to know about intransitive competition but were afraid to ask // Journal of Ecology. 2018. Vol. 106.

Объекты исследовательского интереса:

- цепочки нетранзитивных взаимодействий в природе
- тройки культур в чашках Петри, комбинации спермы разных самцов в организме самок мух и т.п.
(реальные эксперименты); см. Zhang R. et al. Natural genetic variation in male reproductive genes contributes to nontransitivity of sperm competitive ability in *Drosophila melanogaster* // *Molecular Ecology*. 2012. Volume 22, Issue 5, pp. 1400-1415.
- математические модели нетранзитивной конкуренции (вычислительные эксперименты)

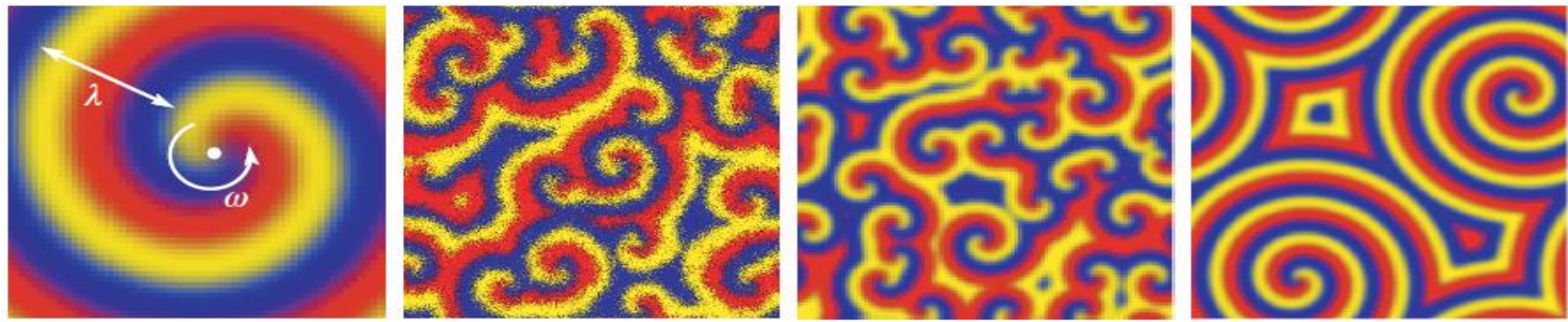
Нетранзитивные стратегии борьбы самцов за самок



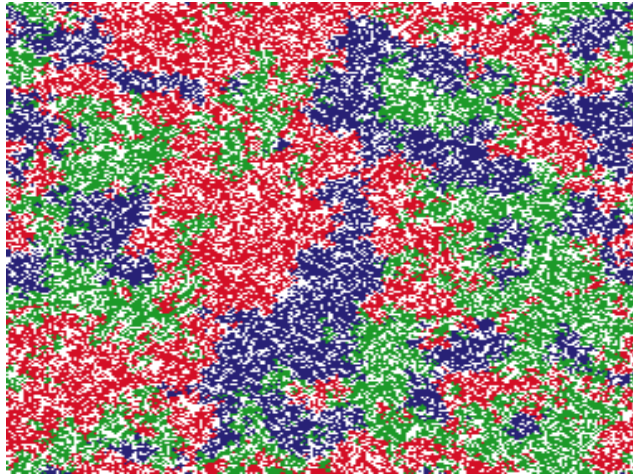
Исследования B.Sinervo

Самцы игуаны *Uta stansburiana*. Слева направо: оранжевый («камень»), синий («ножницы») и желтый («бумага»).

Резник Н. Камень, ножницы, бумага // Троицкий вариант - наука. № 162. 9 сентября 2014.



Reichenbach T. et al. Mobility promotes and jeopardizes biodiversity in rock-paper-scissors games // Nature. 2007. 448.



Kerr B. et al. Local dispersal promotes biodiversity in a real-life game of rock-paper-scissors // Nature. 2002. 418.

1 Resource

Competition type

Transitive



Resource 1

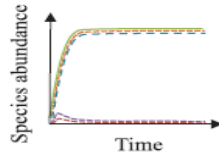
Competition coefficients

	A	B	C	D	E
A	0.2	0.2	0.2	0	0
B	0.2	0.2	0.2	0	0
C	0.2	0.2	0.2	0	0
D	0.3	0.3	0.3	0.2	0
E	0.4	0.4	0.4	0.1	0.2

Competitive network



Abundance patterns



Functional patterns



3 Resources

Transitive



Resource 1

Resource 2

Resource 3

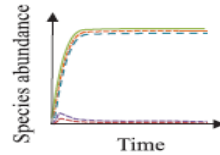
Competition coefficients

	A	B	C	D	E
A	0.2	0.1	0.1	0	0
B	0.1	0.2	0.1	0	0
C	0.1	0.1	0.2	0	0
D	0.3	0.3	0.3	0.2	0
E	0.4	0.4	0.4	0.1	0.2

Competitive network



Abundance patterns



Functional patterns



3 Resources

Intransitive



Resource 1

Resource 2

Resource 3

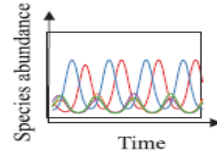
Competition coefficients

	A	B	C	D	E
A	0.2	0.1	0.1	0.1	0.3
B	0.3	0.2	0.1	0.1	0.1
C	0.3	0.3	0.2	0.1	0.1
D	0.3	0.3	0.3	0.2	0.1
E	0.1	0.3	0.3	0.3	0.2

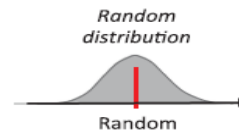
Competitive network



Abundance patterns



Functional patterns

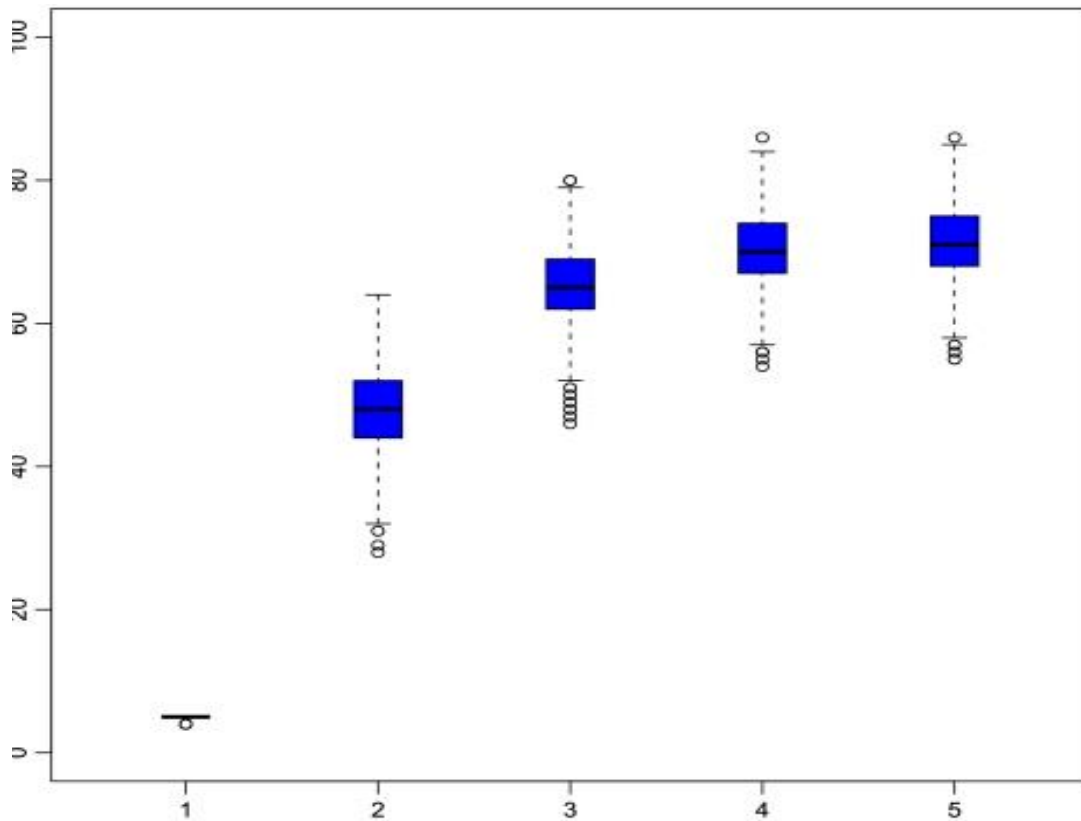


Gallien L. Intransitive competition and its effects on community functional diversity. *Oikos*, 2017.

Fig. 1. Various representations of the different competition mechanisms.

Allesina, S., Levine, J. M. (2011). A competitive network theory of species diversity. PNAS, 108(14).

Number of coexisting species
(out of 100)



Чем
многофакторнее
система, тем
больше в ней
биологических
видов - и (!)
нетранзитивностей
между ними

Number of limiting factors

Вывод: в биологии доминирует нетранзитивно-ориентированная парадигма.

Количество и активность сторонников нетранзитивной конкуренции в биологии выглядят явно преобладающими по отношению к количеству и активности ее немногочисленных противников (и среди последних не видно принципиальных). Статьи в топ-журналах уровня Science и Nature и целые спецвыпуски по теме нетранзитивной конкуренции есть, а статей и спецвыпусков такого же уровня с опровержением ее существования - нет.

Математика и математическая логика

Парадокс голосования Кондорсе (переоткрытый Л.Кэрролом)

Избиратель 1 ранжирует кандидатов в порядке А, В, С
Избиратель 2 ранжирует кандидатов в порядке В, С, А
Избиратель 3 ранжирует кандидатов в порядке С, А, В

Парадокс голосования Кондорсе (переоткрытый Л.Кэрролом)

Избиратель 1 ранжирует кандидатов в порядке **A, B, C**
Избиратель 2 ранжирует кандидатов в порядке B, C, A
Избиратель 3 ранжирует кандидатов в порядке C, **A, B**

Парадокс голосования Кондорсе (переоткрытый Л.Кэрролом)

Избиратель 1 ранжирует кандидатов в порядке А, В, С

Избиратель 2 ранжирует кандидатов в порядке В, С, А

Избиратель 3 ранжирует кандидатов в порядке С, А, В

Парадокс голосования Кондорсе (переоткрытый Л.Кэрролом)

Избиратель 1 ранжирует кандидатов в порядке А, В, С
Избиратель 2 ранжирует кандидатов в порядке В, С, А
Избиратель 3 ранжирует кандидатов в порядке С, А, В

Теорема Эрроу о невозможности совершенной избирательной системы



Кеннет Джозеф Эрроу
23 августа 1921 - 21 февраля 2017

Пусть есть три научные теории А, В, С, которые можно проранжировать по трем показателям:

- по объяснительной силе
- подтвержденности эмпирическими данными
- простоте.

Порядок предпочтительности этих теорий

по объяснительной силе: А, В, С

по подтвержденности: В, С, А

по простоте: С, А, В

Baumann P. Theory choice and the intransitivity of "Is a better theory than" // Philosophy of science. 2005. 72. 231-240.

Таких примеров сконструировано множество для разных областей.

Можно указать, что они нарушают требование сравнения в одном и том же отношении, по одному и тому же параметру.

Ответ: это требование не нарушается.

Параметр сравнения здесь - это параметр более высокого порядка, метапараметр, а именно - это число параметров, по которому один объект превосходит другой.

(Мета)параметром является количество параметров.

В 20-м веке тему нетранзитивности превосходства подняли польские математики С. Трибула и его учитель Г.Штейнгауз.

Steinhaus H., Trybuła S. On a paradox in applied probabilities, Bull. Acad. Polon. Sci. 7 (1959) 67-69.

Trybuła S. On the paradox of three random variables // Applicationes Mathematicae. 1961. Vol. 5 (4). P. 321-332.

Трибула рассмотрел в качестве модельного примера то, что понятно и хорошо формализуемо, — наборы железных брусков, претендующих на то, чтобы быть одинаковыми (стандартными по прочности), но изготавливаемых на трех разных и не идеальных фабриках.

Трибула доказал, что может быть так: бруски с фабрики А чаще прочнее брусков с фабрики В, бруски с фабрики В чаще прочнее брусков С, а бруски с фабрики С — чаще прочнее брусков с А (причем речь не об ошибках измерения).

Про результаты польского математика знали в основном лишь некоторые математики. Ситуация резко изменилась, когда Мартин Гарднер в 1970-х стал публиковать в своих математических колонках в *Scientific American* заметки о парадоксальных математических объектах. В том числе о нетранзитивных игральных кубиках, которые с тех пор стали неформальным символом всего нетранзитивного в математике.

(См. его книги «Крестики-нолики» и «Путешествие во времени».)

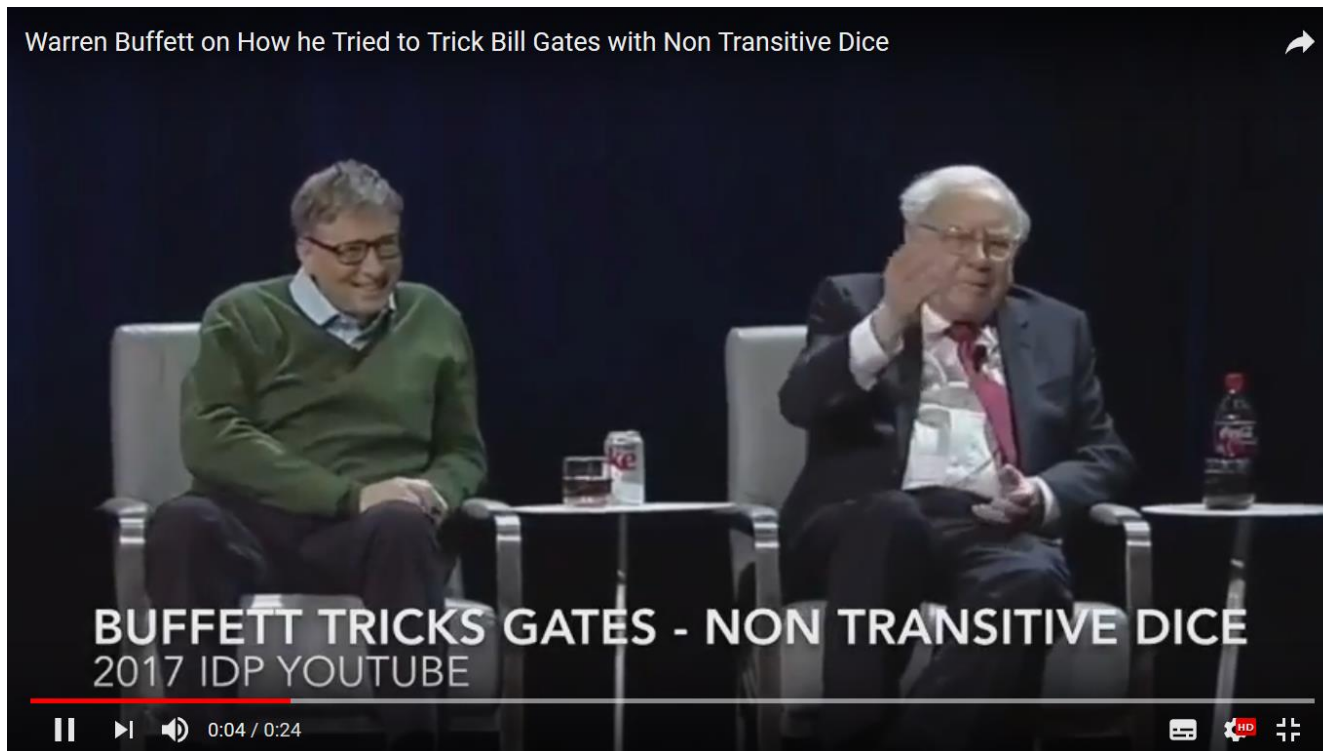


National Museum of Mathematics, USA

Психологическое следствие:
возможность обмана тех, кто слишком уверен
в транзитивности превосходства

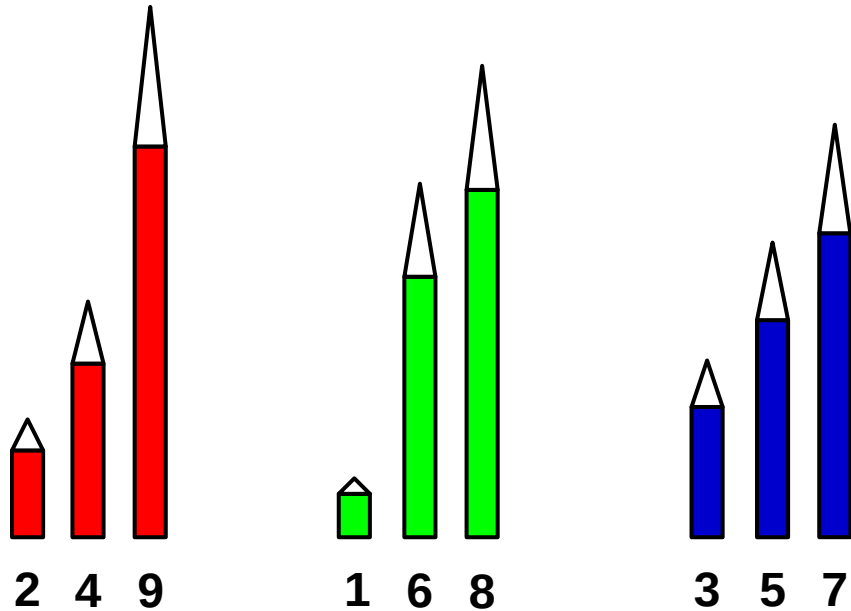
Уоррен Баффетт против Билла Гейтса с набором нетранзитивных костей

<https://www.youtube.com/watch?v=BV1-o25NKJM>

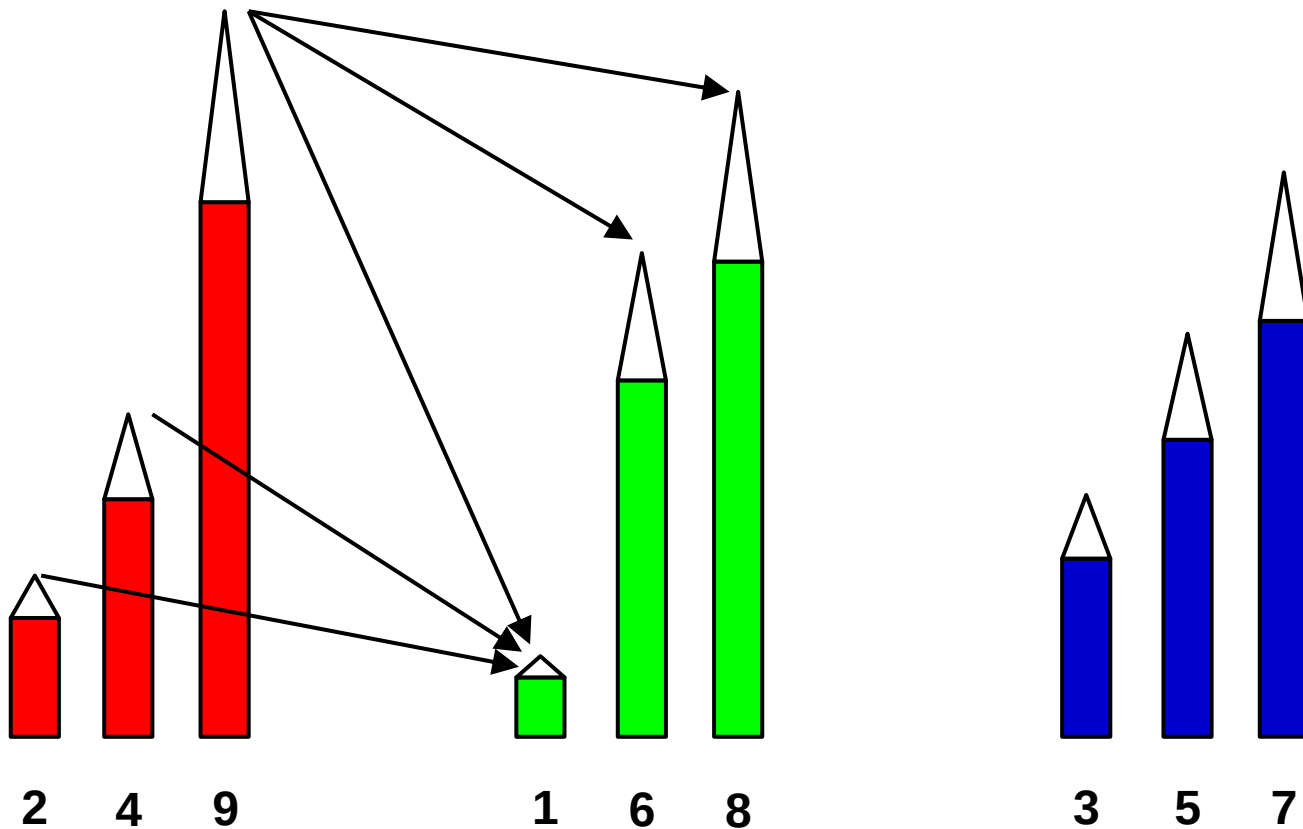


Также не попался в ловушка с нетранзитивными
костями философ и логик Сол Крипке (запомним эти
примеры).

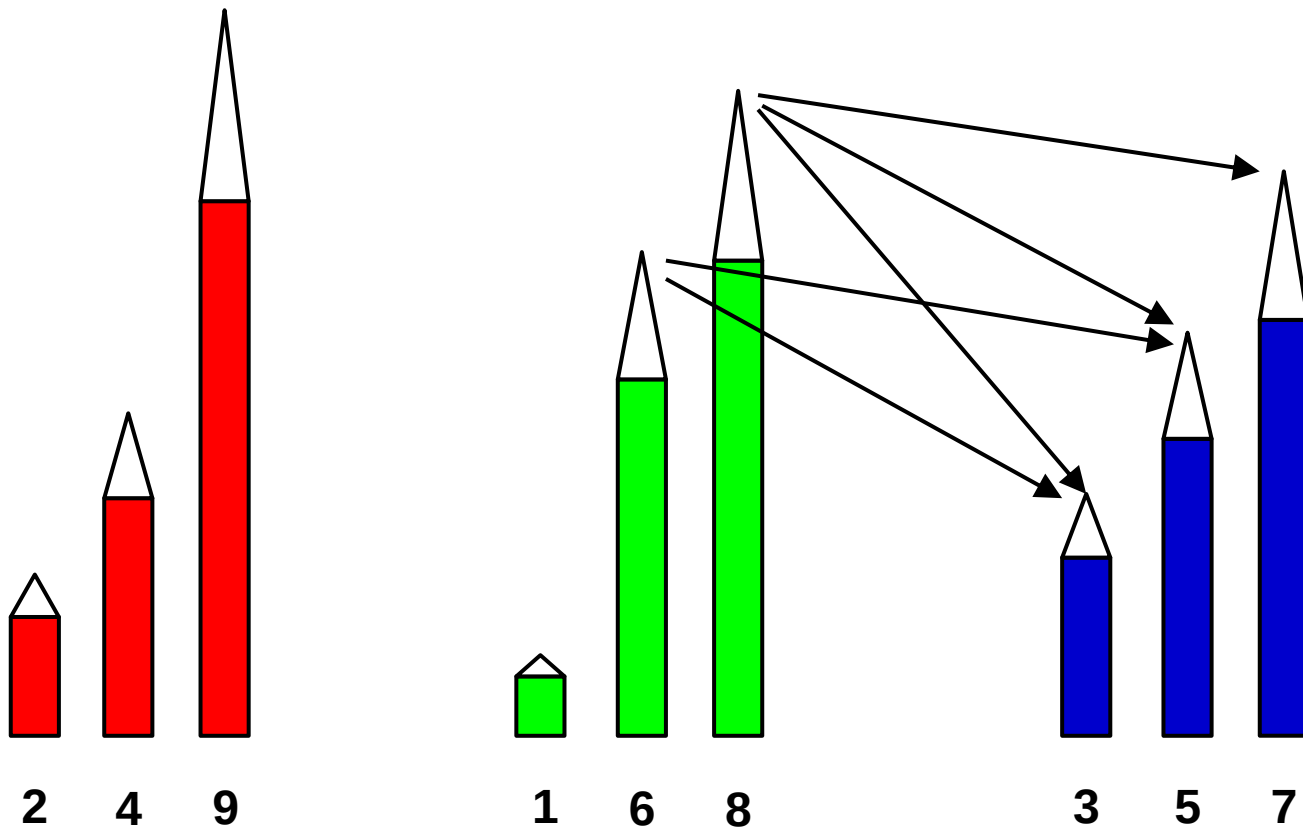
Рассмотрим 3 набора карандашей разной длины. Устраиваем турнир - у какой команды карандашей карандаши чаще длиннее. Сравниваем каждый карандаш одного набора с каждым из других наборов. Длины карандашей взяты с нетранзитивных игровых кубиков, описанных М. Гарднером.



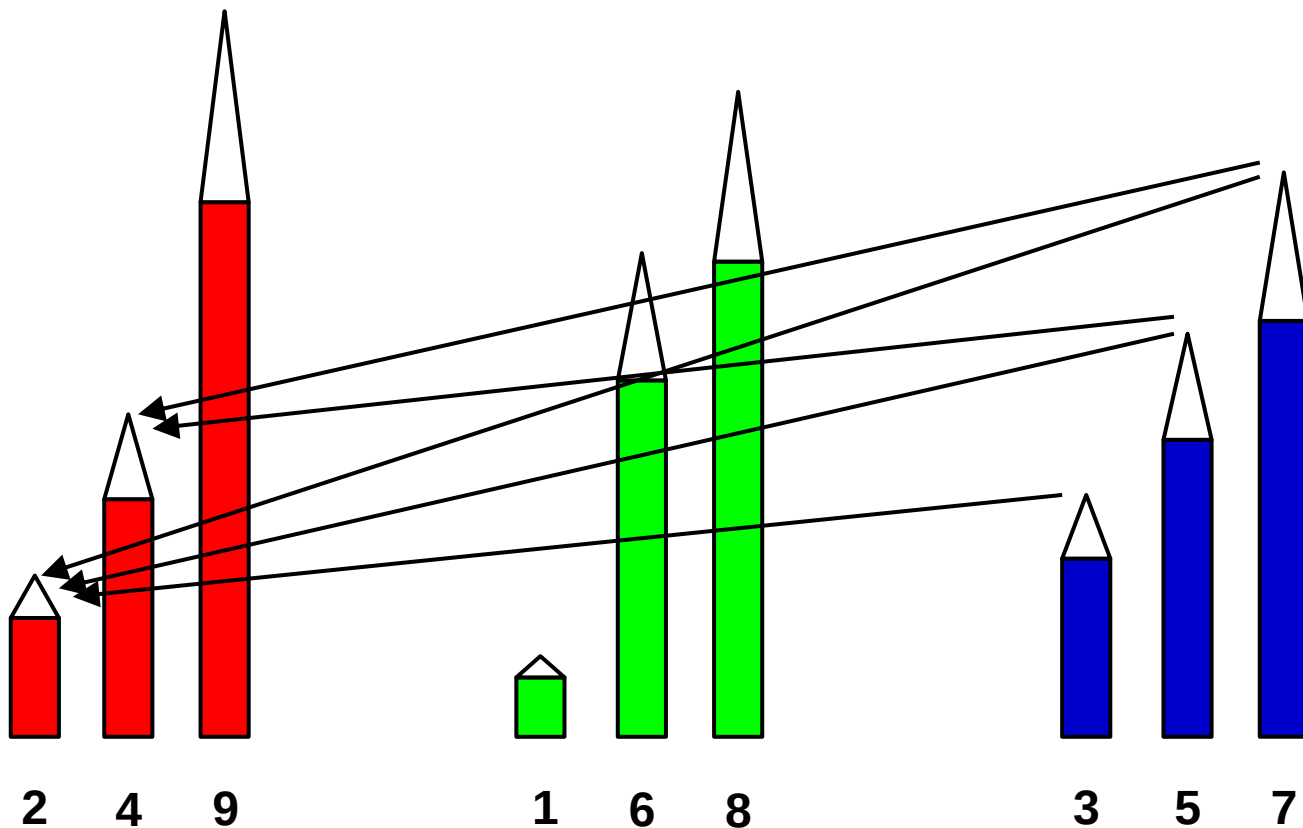
Красные карандаши побеждают зеленых 5 раз из 9



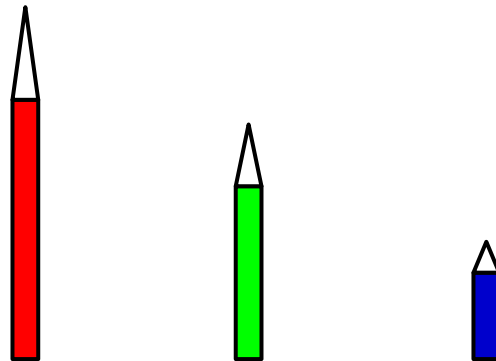
Зеленые карандаши побеждают синих 5 раз из 9



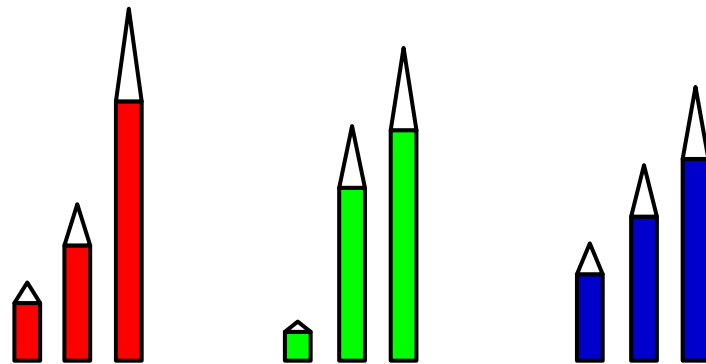
Синие карандаши побеждают красных 5 раз из 9



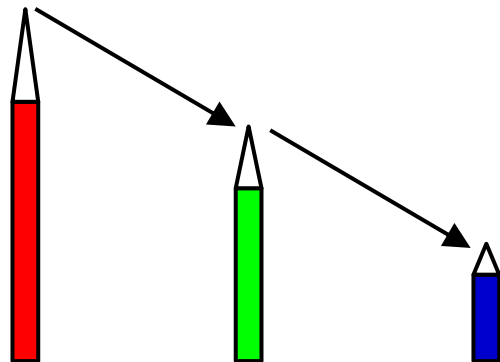
Таким образом, транзитивность
превосходства работает для 3
карандашей - в отношении
«быть длиннее»...



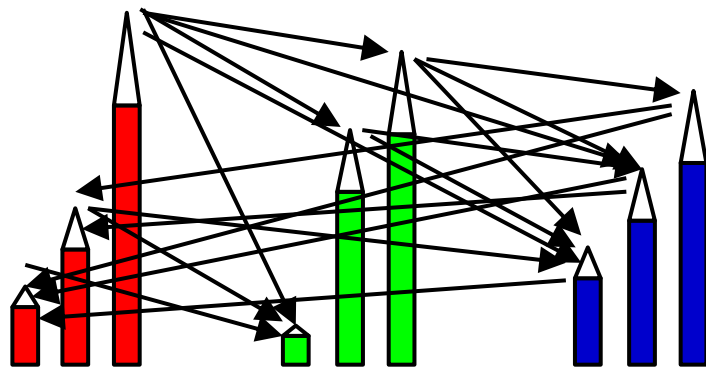
но не работает в более
сложных ситуациях: при
сравнении 3 наборов по 3
карандаша - в отношении
«чаще быть длиннее»



Таким образом, транзитивность
превосходства работает для 3
карандашей - в отношении
«быть длиннее»...



но не работает в более
сложных ситуациях: при
сравнении 3 наборов по 3
карандаша - в отношении
«чаще быть длиннее»



Нетранзитивность связана со сложностью. Она возникает при сравнении (взаимодействии) трех и более объектов, каждый из которых характеризуется тремя и более свойствами (параметрами).

Игра Пенни - еще один статистический парадокс нетранзитивности, но его, похоже, изучают не так интенсивно, как нетранзитивные кости.

В настоящее время в области нетранзитивности проводятся всё более углубляющиеся исследования.

Один из объектов исследовательского интереса, экспериментирования и анализа - закономерности в больших наборах N -гранных костей.

Если у нас есть большой набор N -гранных костей со случайными числами на сторонах и мы случайным образом берем из него M костей, какова вероятность, что они образуют нетранзитивный цикл превосходства?

Ответ путем матмоделирования - генерирования больших наборов N-гранных костей, создания случайных выборок из M костей и проверки на нетранзитивность путем попарных сравнений внутри выборки:

Conrey B., Gabbard J., Grant K., Liu A., Morrison K. Intransitive dice // Mathematics Magazine. 2016. Vol. 89 (2). P. 133-143. (Ежегодная премия Математической ассоциацией Америки 2017 г. за лучшую публикацию в журнале “Mathematics magazine”.)

Ответ, полученный путем доказательства, от филдсовского медалиста Т.Гауэрса (T. Gowers, под ником):

D. H. J. Polymath. The probability that a random triple of dice is transitive. <https://gowers.files.wordpress.com/2017/07/polymath131.pdf>

Результаты совпадают.

Ответ контринтуитивен - чем больше набор костей, тем выше вероятность «выловить» нетранзитивную цепочку - вплоть до вероятности 0.5.

Gowers: “for a natural model of random n -sided dice, if A ; B and C are three random dice then the probability that A beats C given that A beats B and B beats C is approximately $1/2$. In other words, *the information that A beats B and B beats C has almost no effect on the probability that A beats C* ”.

Фактически, этот ответ нагружен философски. Он - о границах нашего прогноза.

Еще один философски нагруженный математический результат

Исследование нетранзитивности непрерывных случайных величин А.В.Лебедевым. И в природном мире, и в мире объектов, созданных человеком, нетранзитивность статистических распределений может быть значимым фактором. Показано, при каких статистических распределениях она невозможна, а при каких возможна.

Лебедев А.В. Нетранзитивные триплеты непрерывных случайных величин и их приложения // Информ. и её примен., 13:3 (2019), 20-26.

Лебедев А.В. Проблема нетранзитивности для трех непрерывных случайных величин // Автомат. и телемех., 2019, 6, 91-103.

**Алгоритмическая неразрешимость проблемы оценки
транзитивности-нетранзитивности?
(тоже философски нагруженная математическая
проблема)**

Есть 3 объекта А, В, С, о которых известна полная информация. (Вариант дополнительного условия - также известно, что А превосходит В, а В превосходит С по определенному параметру.)

Существует ли алгоритм, который позволял бы определить, образуют ли А, В и С транзитивную или нетранзитивную триаду?

Поддьяков А.Н. Непереходность (нетранзитивность) отношений превосходства и принятие решений // Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2006.

<https://psy-journal.hse.ru/data/2011/04/26/1210581923/88-111.pdf>

Poddiakov A., Valsiner J. Intransitivity cycles and their transformations: How dynamically adapting systems function (2013)

<https://www.researchgate.net/publication/28128841>

Мы утверждаем, что в общем случае проблема установления транзитивности - нетранзитивности превосходства включает несколько алгоритмически неразрешимых проблем, в том числе проблему установления тождества математических выражений и проблему останова - зависания в бесконечном цикле программ алгоритмического типа, и следовательно, сама является алгоритмически неразрешимой (там же).

Строгое доказательство я провести не смог - лишь общие соображения.

Пусть есть несколько компьютерных программ, борющихся друг с другом. Победителем считается та программа, которая вызывает останов другой программы (или ее зависание в цикле — это дело договоренности).

(Реальный пример такого хулиганства, не предусмотренного правилами, на соревнованиях программ: Финоженки Д.

GridWars II: битва за процессоры

<http://www.kinnet.ru/cterra/503/28732.html>)

Известно, что программа А чаще побеждает В (вызывает ее останов), чем программа В побеждает А; и программа В побеждает С чаще, чем программа С побеждает В.

Вопрос: как будет обстоять дело в паре А - С?

Спекулятивный ответ-рассуждение: проблема останова является алгоритмически неразрешимой. Соответственно, информация о том, что А чаще вызывает зависание В, а В чаще вызывает зависание С, в общем случае недостаточна для того, чтобы перевести в разряд алгоритмически разрешимых проблему распознавания попадания в цикл или останова в паре А - С и соотношения зависаний - остановов этих программ.

От идеи, что я сделал что-то в плане алгоритмической неразрешимости, меня мягко, как и полагается в таких случаях, пытались лечить два знакомых очень уважаемых мною математика, когда я консультировался с ними.

В то же время статья Poddiakov, Valsiner, 2013 опубликована в сборнике под ред. математика Ли Рудольфа, и он, человек очень тщательный, не опубликовал комментирующих сносок под моим рассуждением. (К другому фрагменту - о клеточном автомате на «дырявом» поле - опубликовал, и я с ним согласен.) Постановку же проблемы он фактически поддержал разъясняющей сноской об алгоритмической неразрешимости.

Строгое доказательство при созвучной, как мне кажется, постановке проблемы провели А. и Д. Клименко: On limitations of learning algorithms in competitive environments (2020) <https://arxiv.org/abs/2011.12728>

Theorem 2. *(Turing) A universal computable halting function $H(L, D) = H(L[D])$ does not exist — it cannot be computable for all algorithms L and all data sets D .*

If the halting function $H(...)$ is universally computable, one can easily construct a universal winning algorithm $L^{(1)} = L^{(w)}$:

$$L^{(w)}[L^{(2)}] : \begin{cases} H(L^{(2)}, L^{(w)}) = 0, & \rightarrow p_1 \\ H(L^{(2)}, L^{(w)}) = 1, & \rightarrow S^{(1)}(p^{(2)}(L^{(w)})) \end{cases} \quad (3)$$

for a selected strongly intransitive game $C(p_i, p_j)$. That is, if $L^{(w)}[L^{(2)}]$ determines that $L^{(2)}[L^{(w)}]$ runs forever (i.e. $H(L^{(2)}, L^{(w)}) = 0$), then $L^{(w)}$ can produce any output, say $L^{(w)}[L^{(2)}] \rightarrow p_1$, halt and declare its victory. If $L^{(w)}[L^{(2)}]$ determines that $L^{(2)}[L^{(w)}]$ halts and $L^{(2)}[L^{(w)}] \rightarrow p^{(2)}(L^{(w)})$, then $S^{(1)}(p^{(2)}(L^{(w)}))$ is selected. Since a universal winning algorithm cannot exist according to theorem 1, this also prohibits the existence of a universal halting function and proves theorem 2.

The halting problem is also related to the incompleteness theorem of Gödel, which points to the existence of correct but unprovable statements. Indeed, the statement “ $L[D]$ runs forever” may be

Метанетранзитивность?

Обратим внимание - на уровне, который можно назвать «*сравнение сравнений*», нетранзитивность в математических работах, посвященных костям, закономерно исчезает.

Так, разные наборы нетранзитивных костей сравниваются друг с другом и однозначно линейно ранжируются по степени нетранзитивности - выигрышности: есть наборы, в которых нетранзитивность выражена слабо (кости побеждают друг друга с вероятностью чуть больше 50%), и есть наборы, в которых она выражена сильно (кости побеждают друг друга с вероятностью 75% - это доказанный предел).

Вопрос: возможны ли «метанетранзитивные» системы, в которых сравнение их сравнений тоже ведет к нетранзитивности, а не вырождается в линейную иерархию? (Понятие «метанетранзитивные» вводится впервые?)

Ср. с развивающимися и деградирующими системами
А. и Д. Клименко.

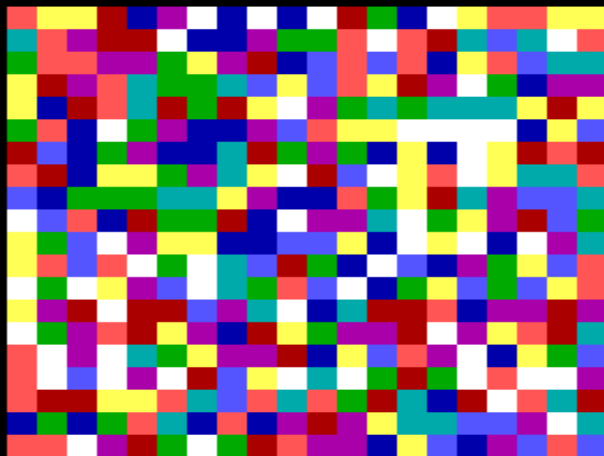
Это биологические, социальные, биосоциальные, технологические «ризомные» системы, самоподдерживающиеся и развивающиеся. Для них пока нет адекватной математики.

В метанетранзитивных системах возможно, что нетранзитивность и сложность нарастают. На верхних уровнях эти системы более нетранзитивны, чем на нижних. Можно ли это показать формально?

Один из наиболее интересных выводов, вытекающий из работ и в математике, и в биологии

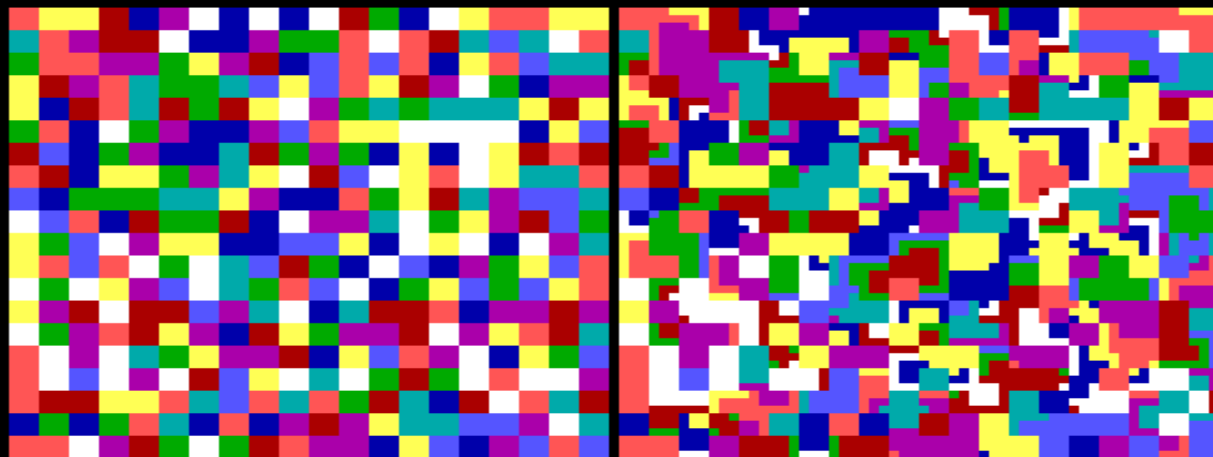
Чем сложнее, многофакторнее система, т.е. чем больше участников входит во взаимодействия (чем больше игральных кубиков в наборах, чем больше биологических видов в рассматриваемой нише) и чем большим числом параметров характеризуются эти участники (растущее число граней нетранзитивных многогранников, растущее число характеристик, описывающих биологические виды), тем вероятнее в такой системе встретить всё более множественные нетранзитивные циклы (Allesina, Levine, 2011; Conrey et al., 2016).

Клеточные автоматы

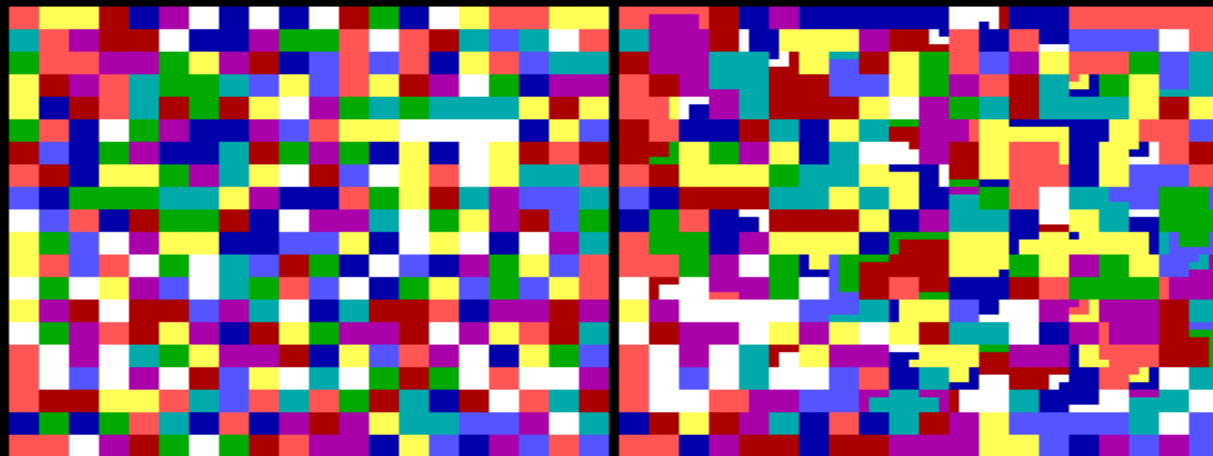




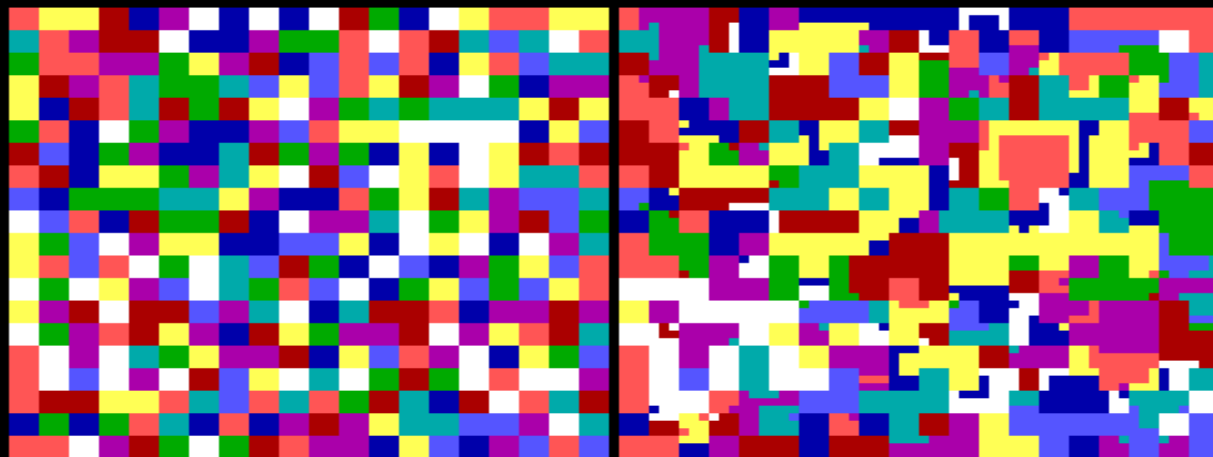
Number of stages after start: 1



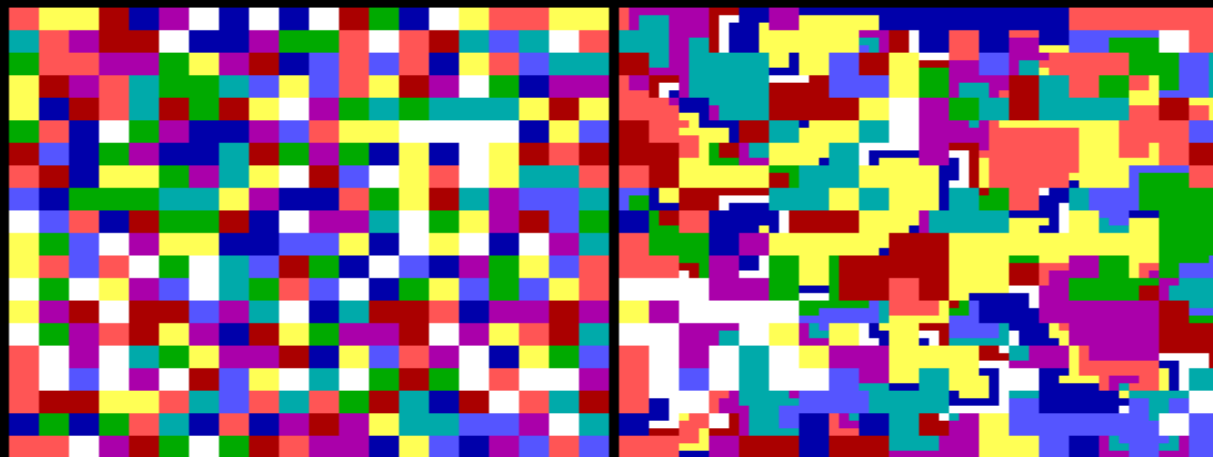
Number of stages after start: 2



Number of stages after start: 3



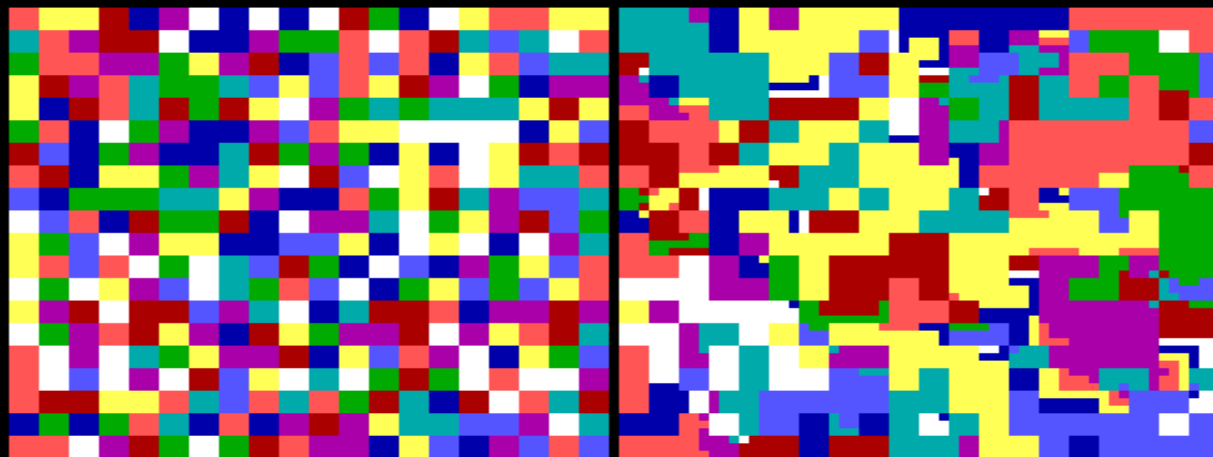
Number of stages after start: 4



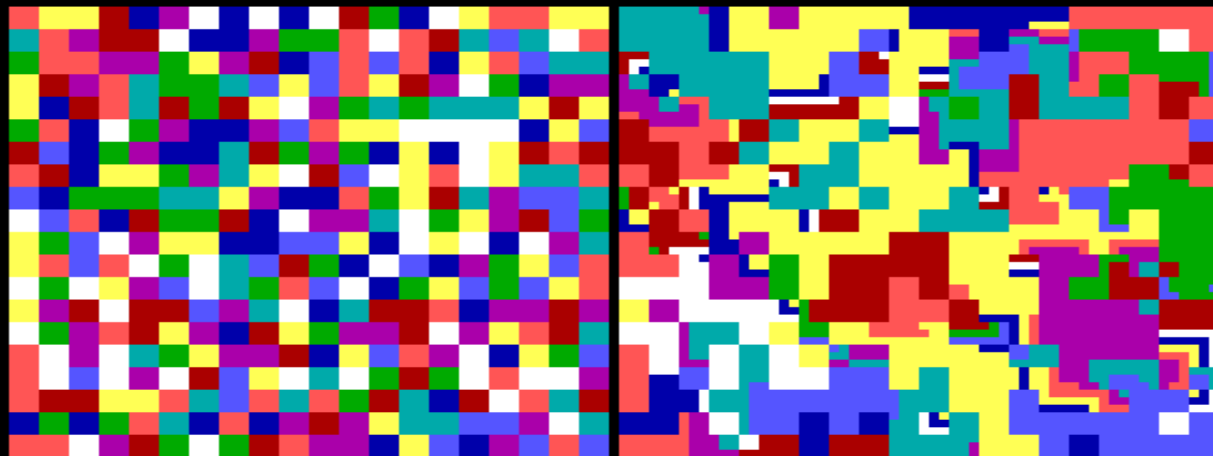
Number of stages after start: 5



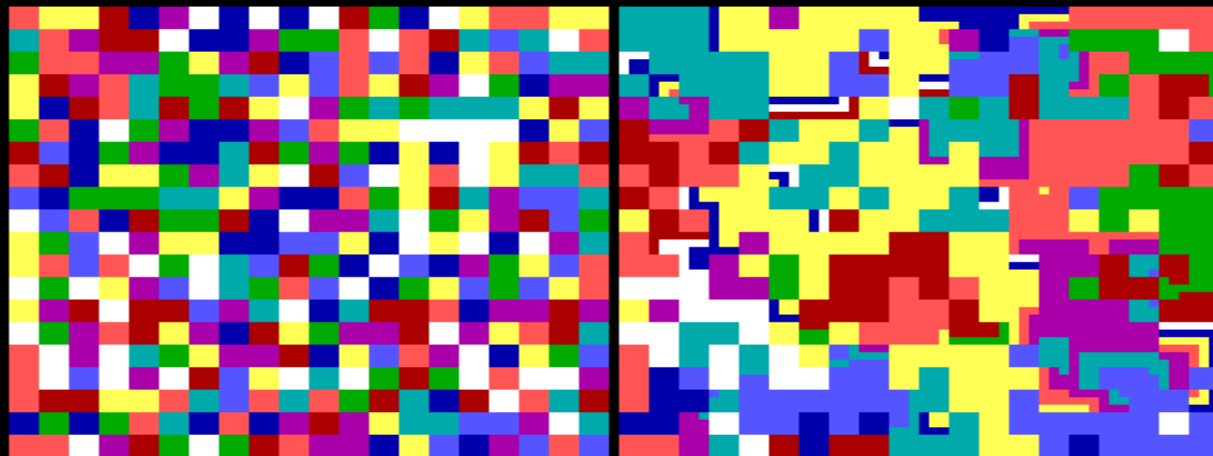
Number of stages after start: 6



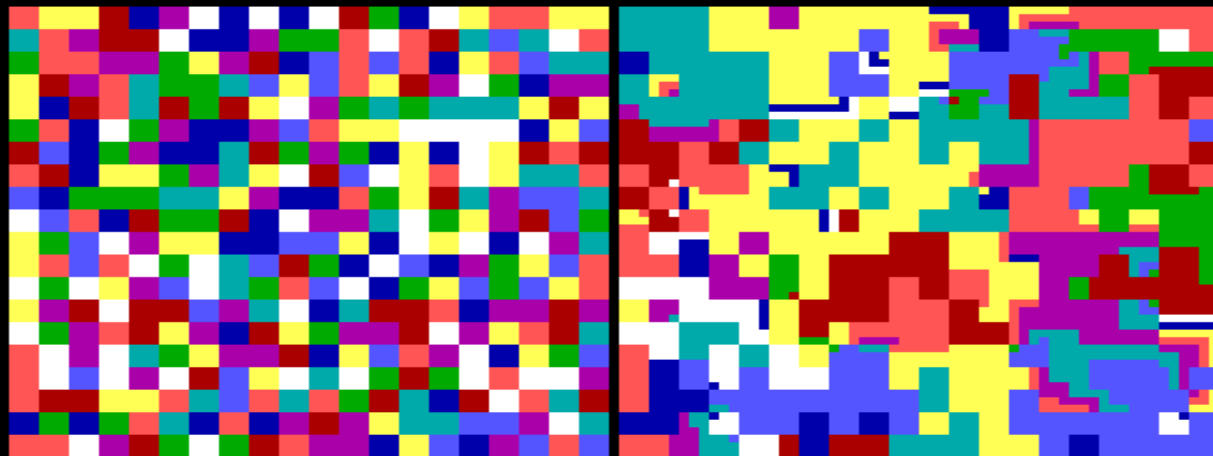
Number of stages after start: 7



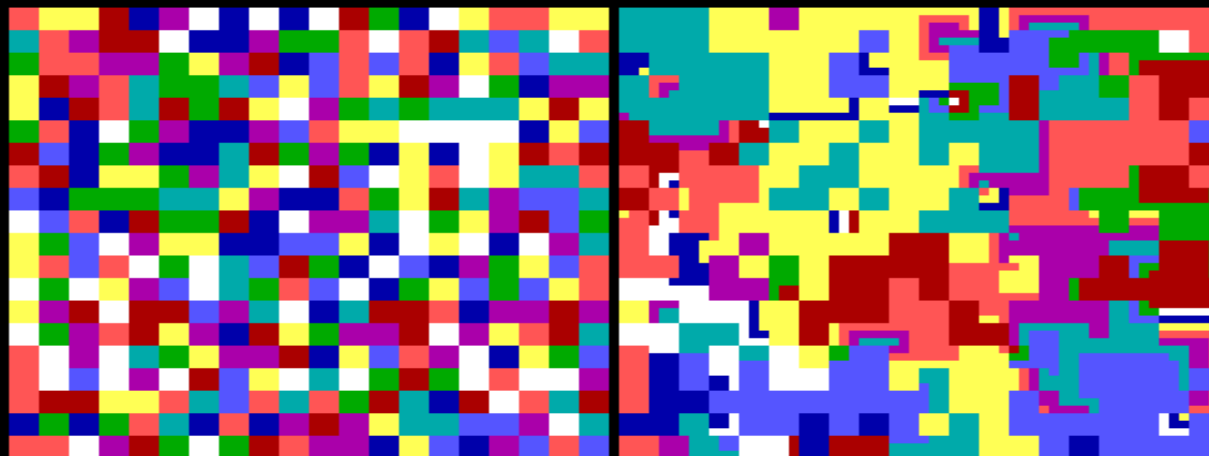
Number of stages after start: 8



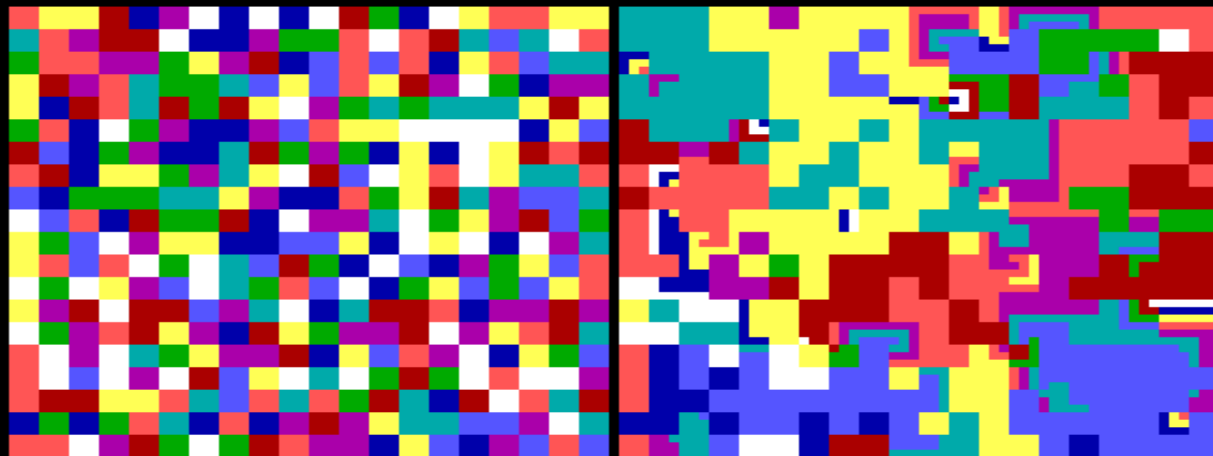
Number of stages after start: 9



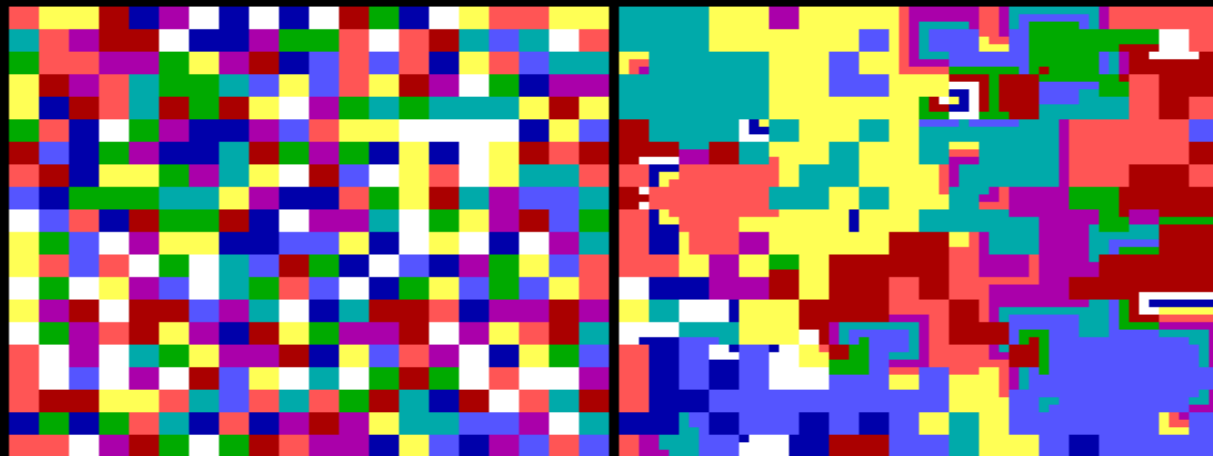
Number of stages after start: 10



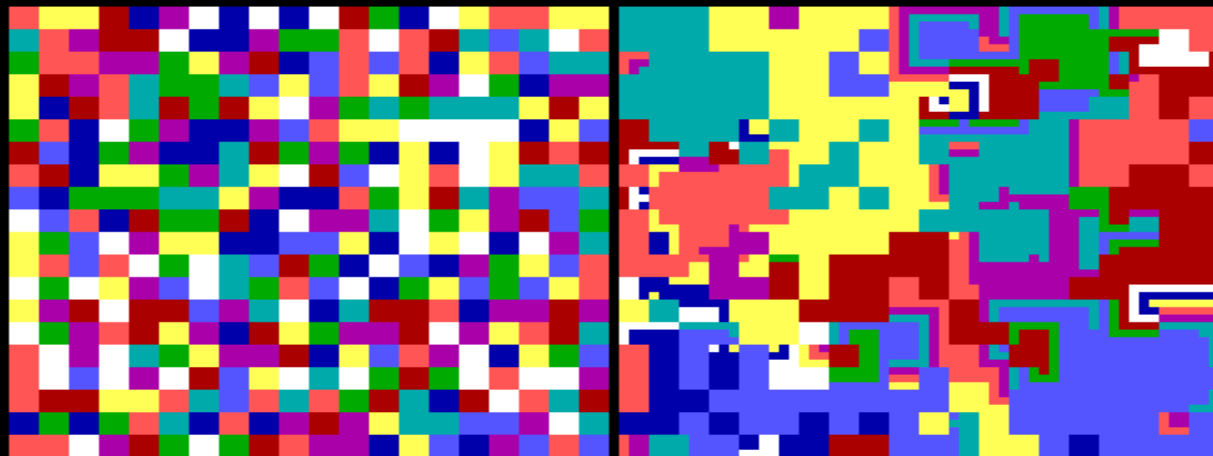
Number of stages after start: 11



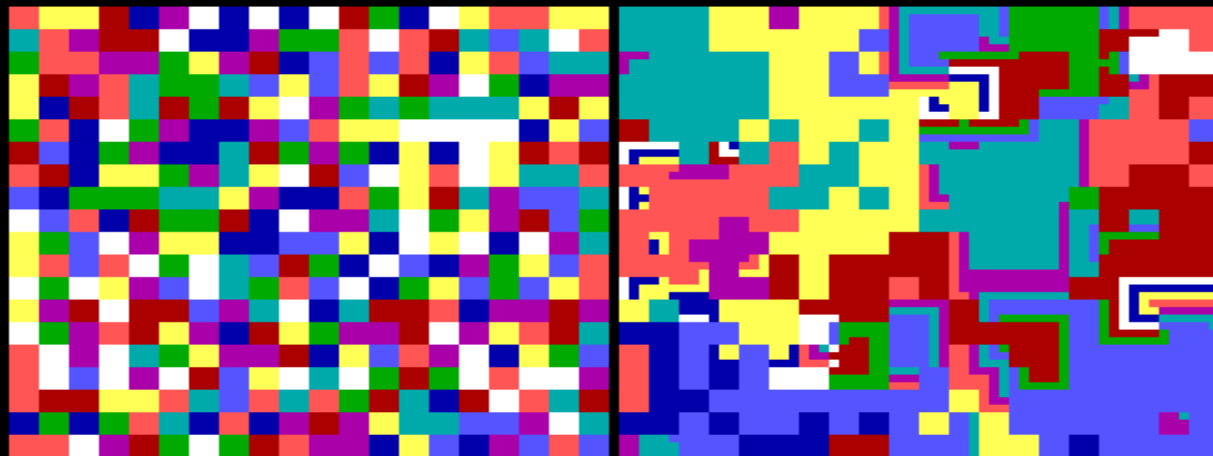
Number of stages after start: 12



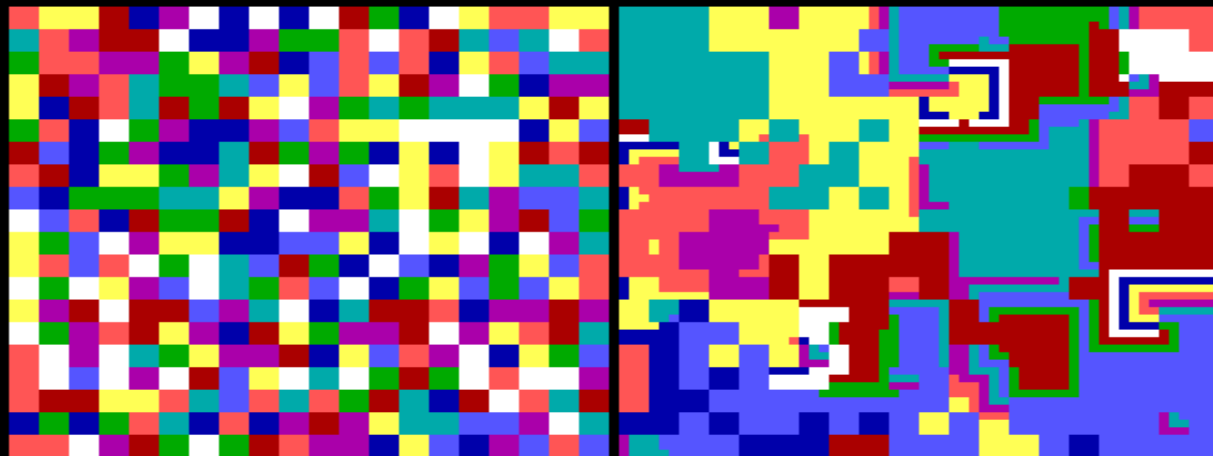
Number of stages after start: 13



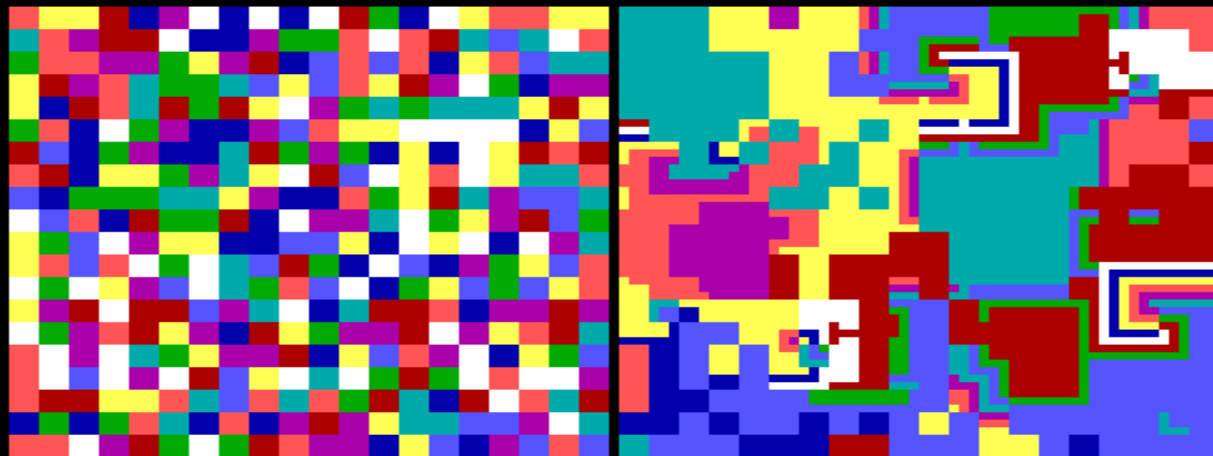
Number of stages after start: 14



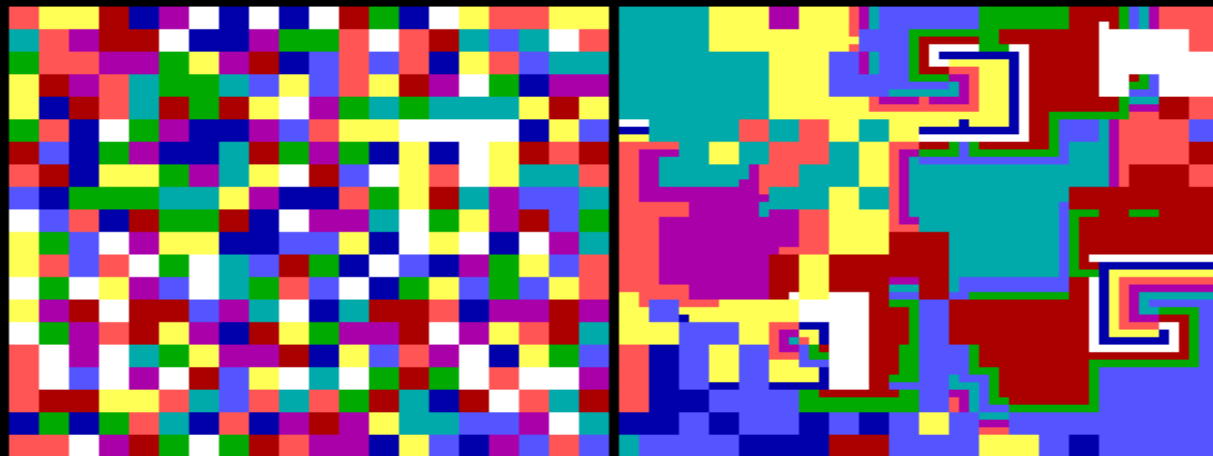
Number of stages after start: 15



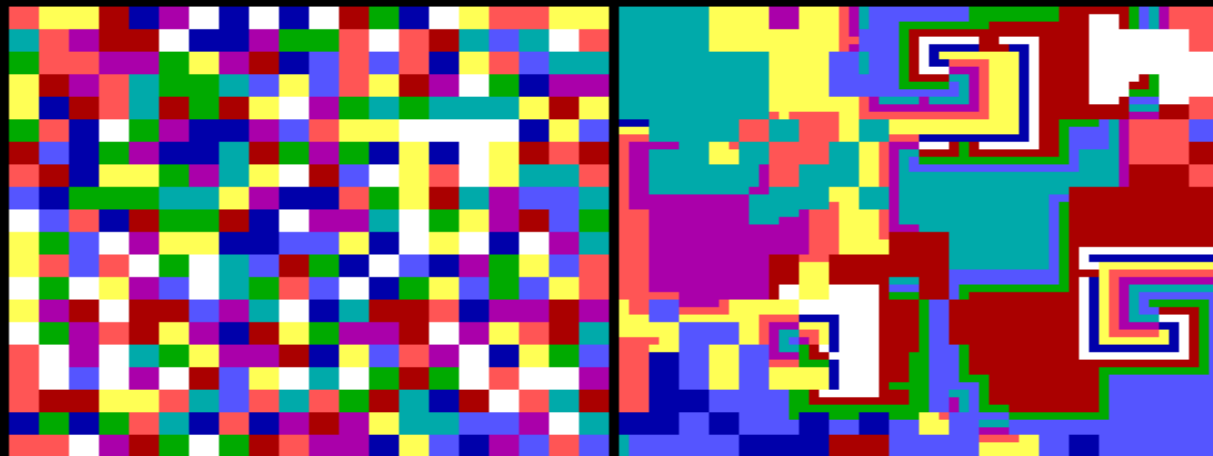
Number of stages after start: 16



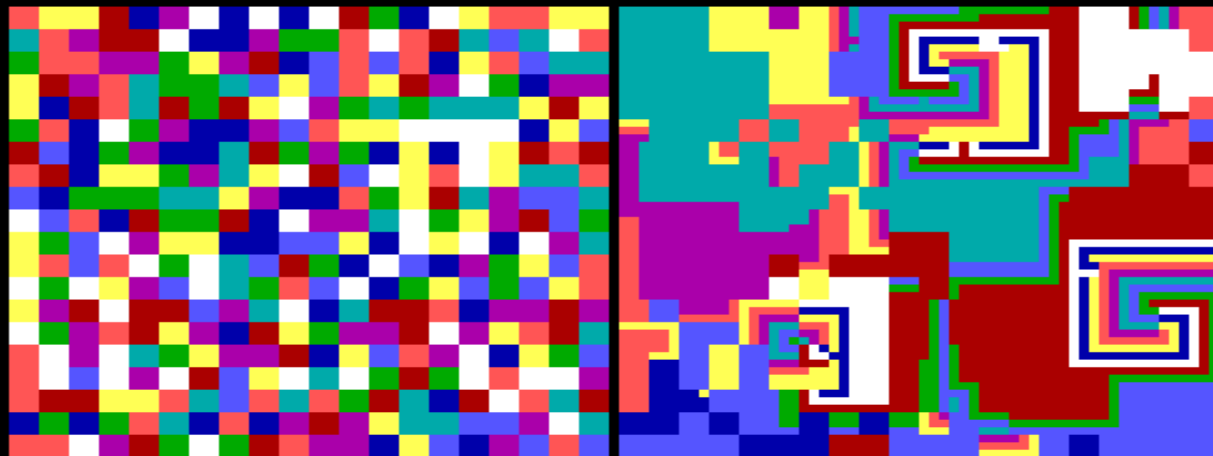
Number of stages after start: 17



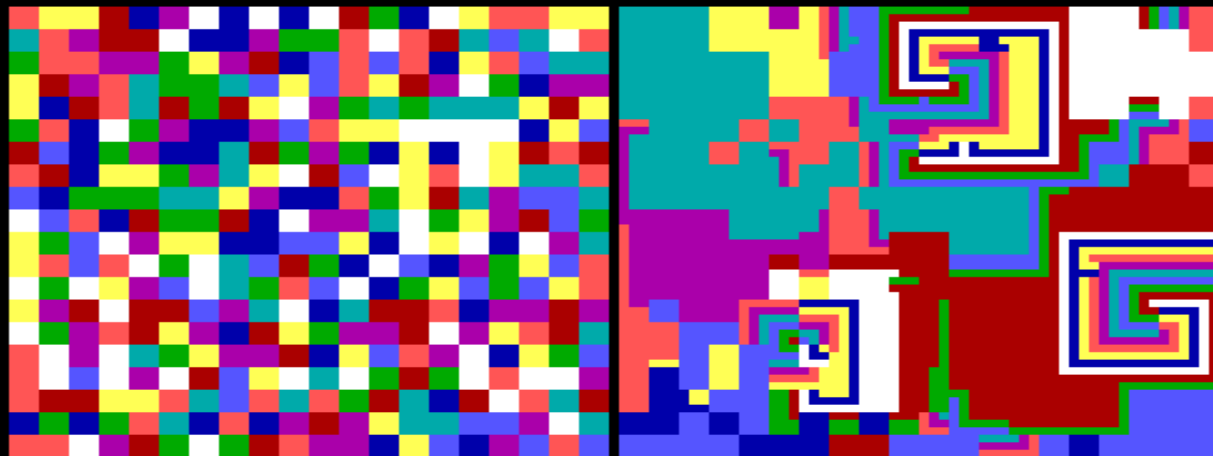
Number of stages after start: 18



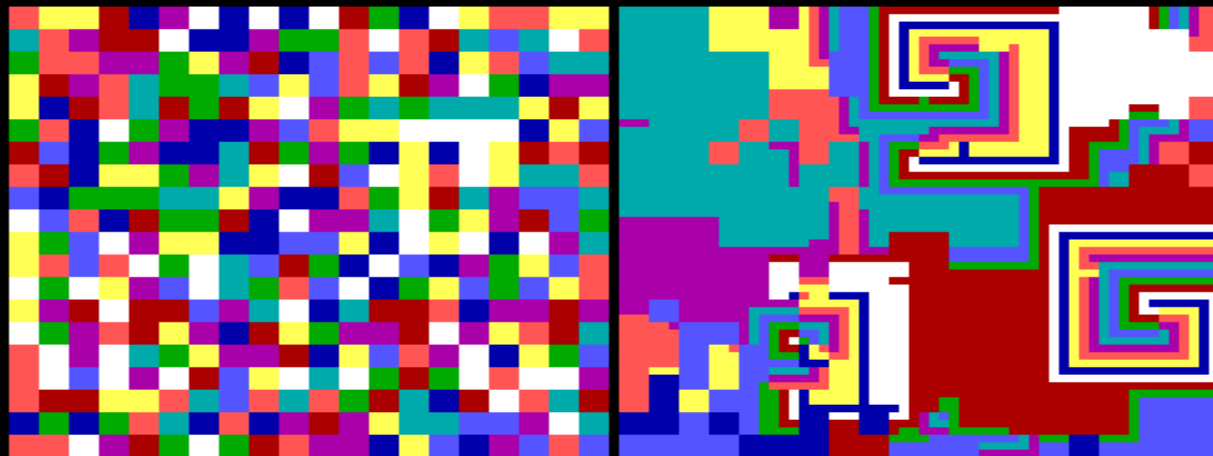
Number of stages after start: 19



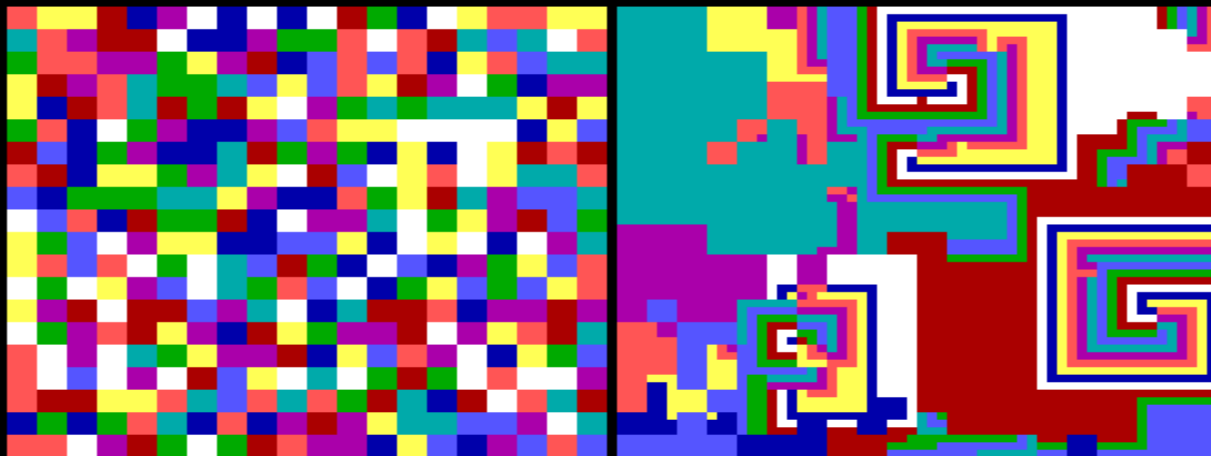
Number of stages after start: 20



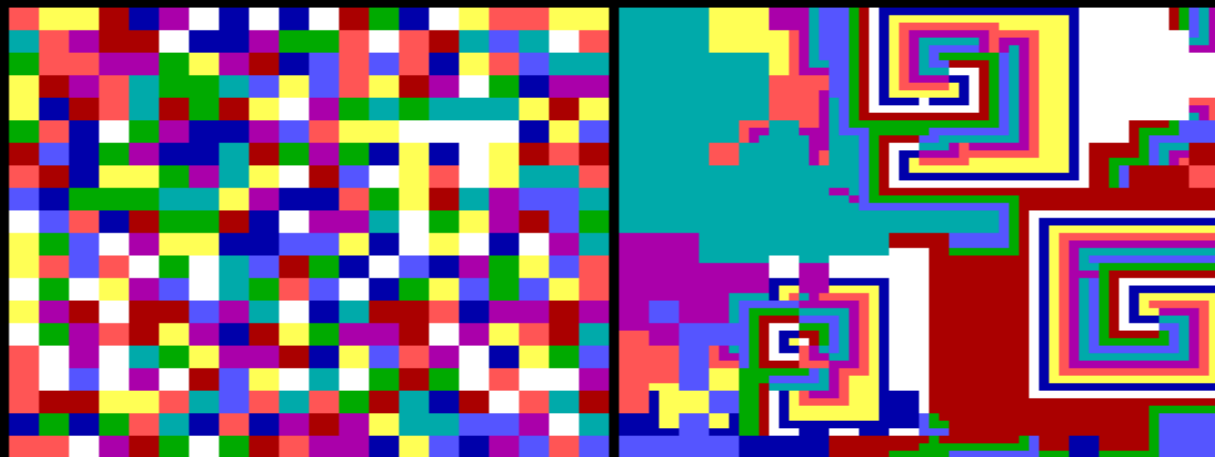
Number of stages after start: 21



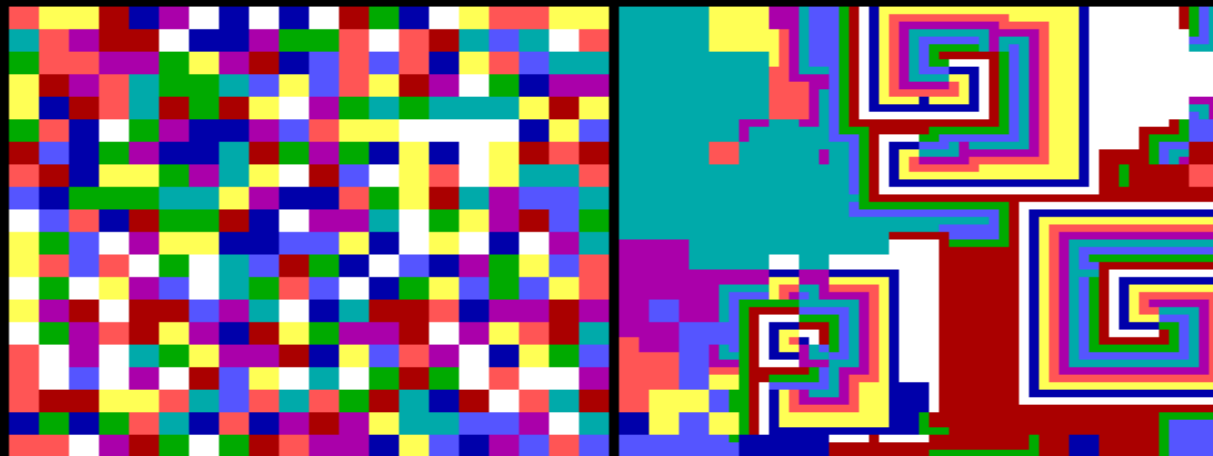
Number of stages after start: 22



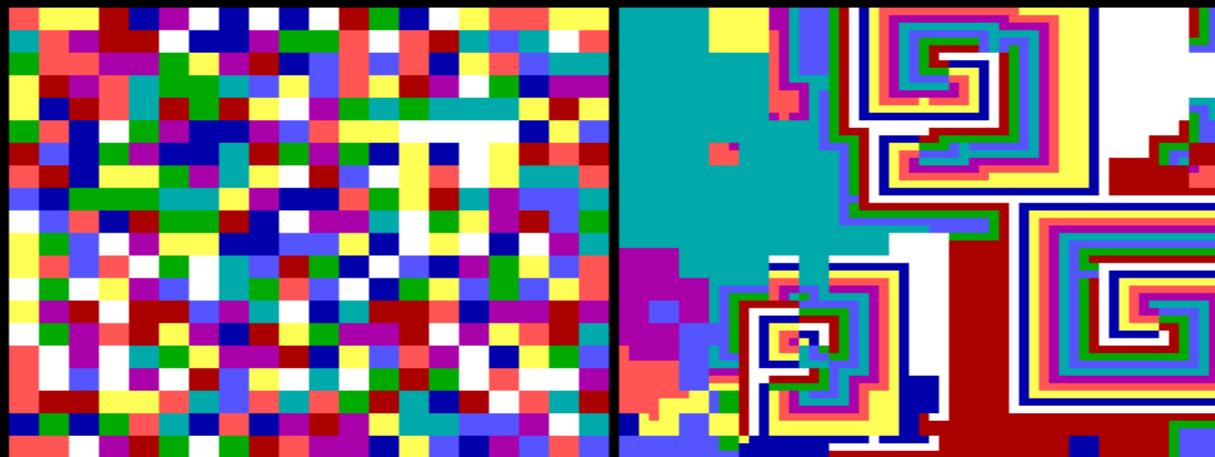
Number of stages after start: 23



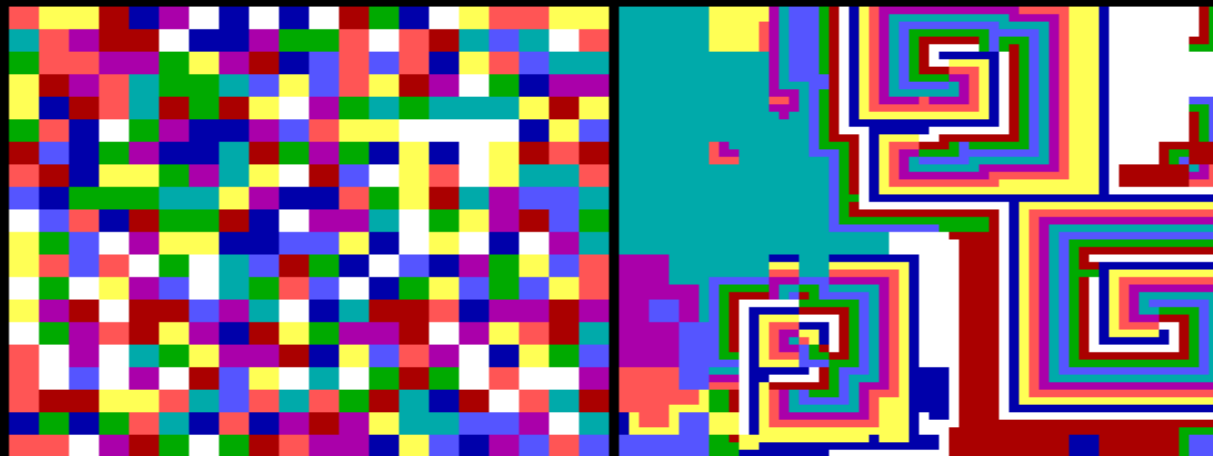
Number of stages after start: 24



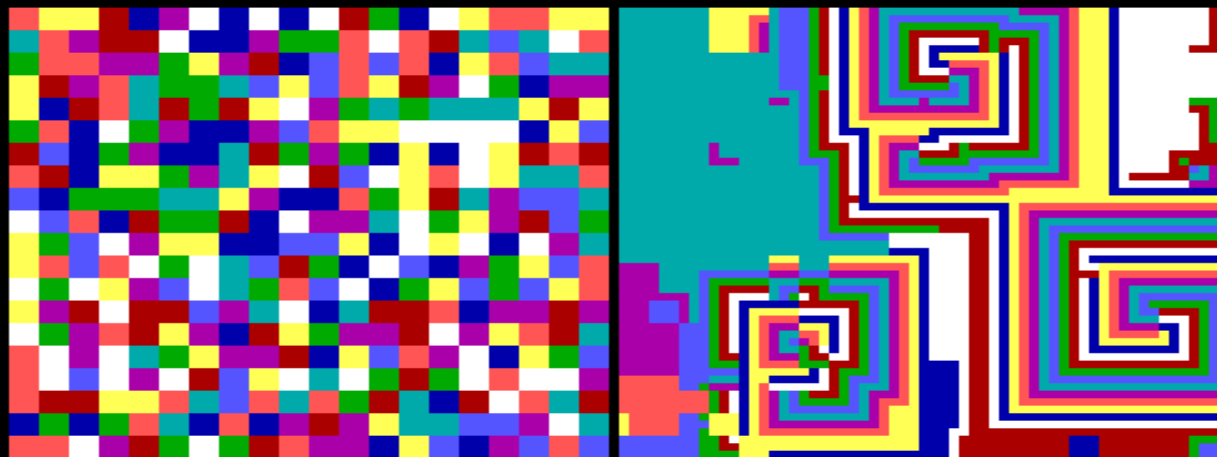
Number of stages after start: 25



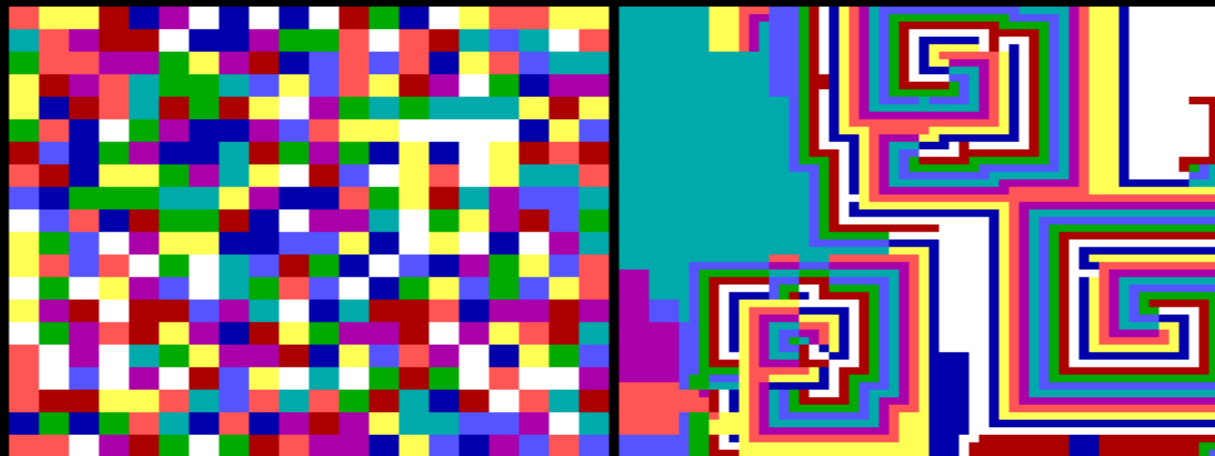
Number of stages after start: 26



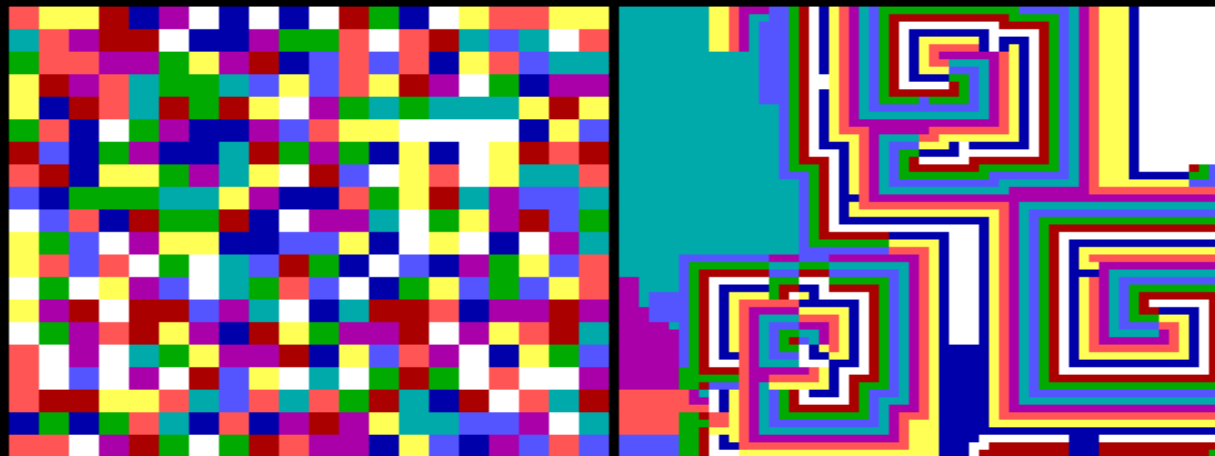
Number of stages after start: 27

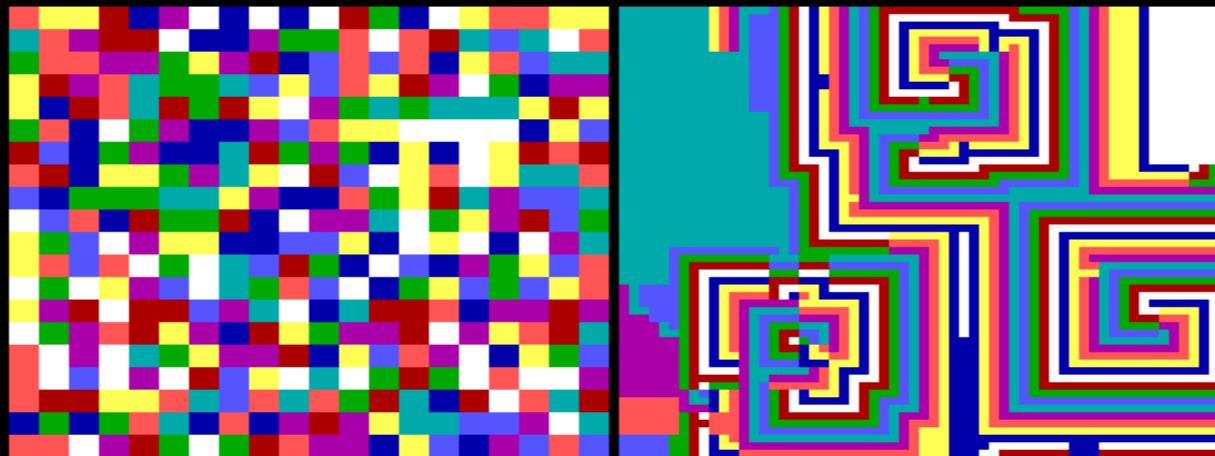


Number of stages after start: 28

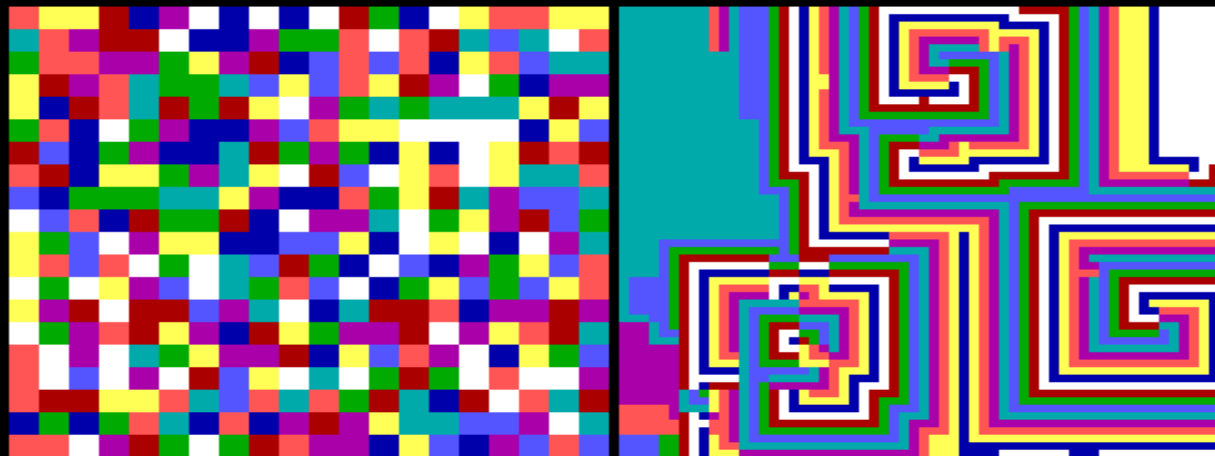


Number of stages after start: 29

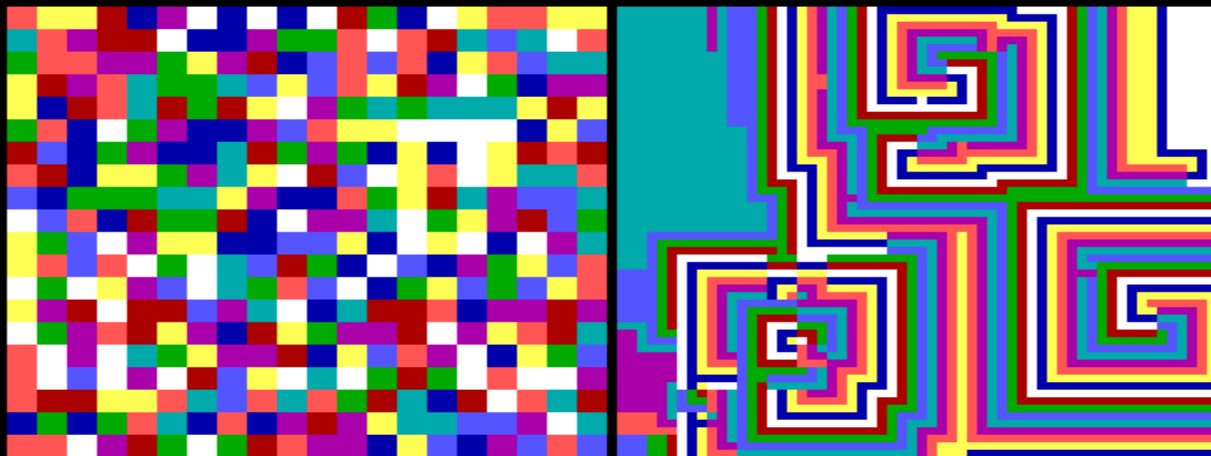




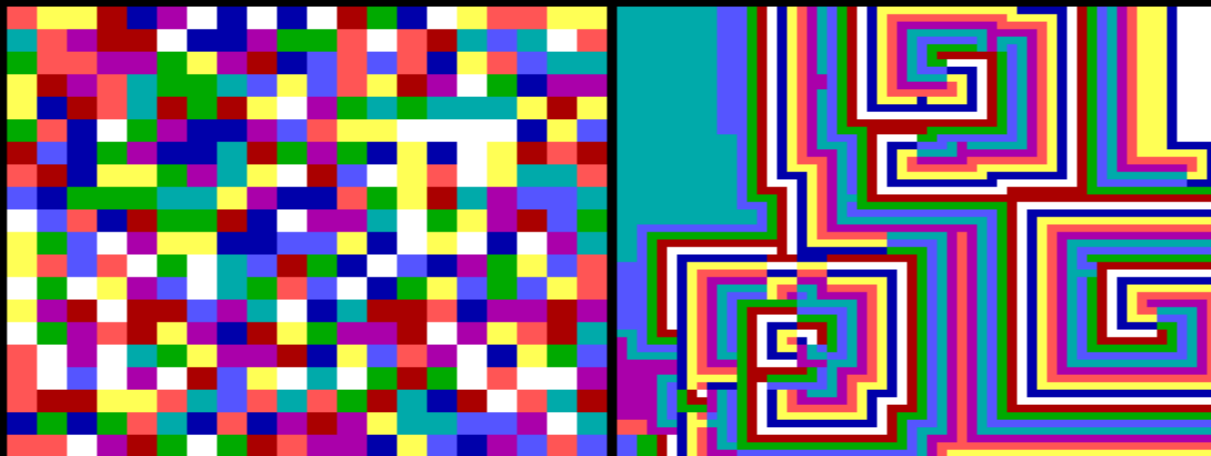
Number of stages after start: 31



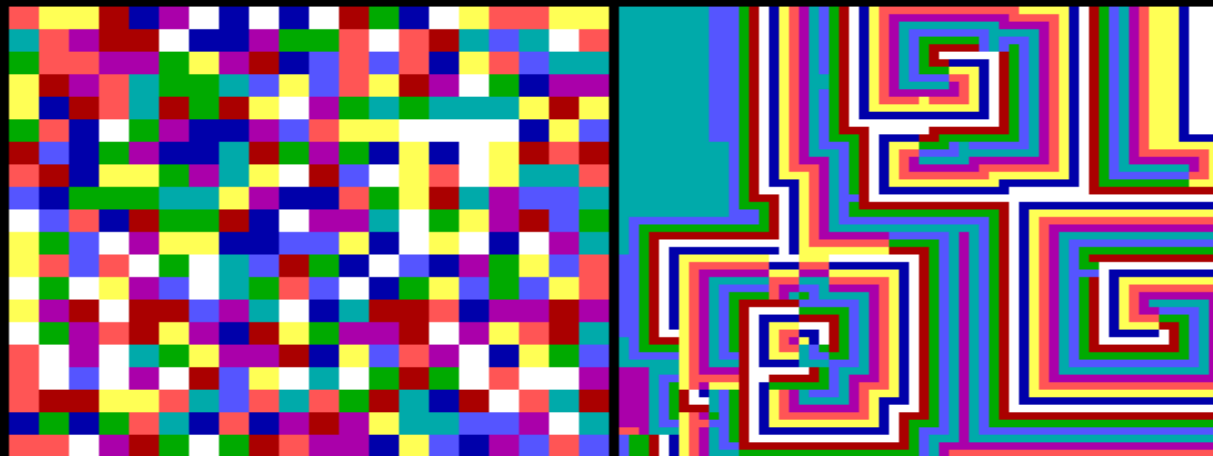
Number of stages after start: 32



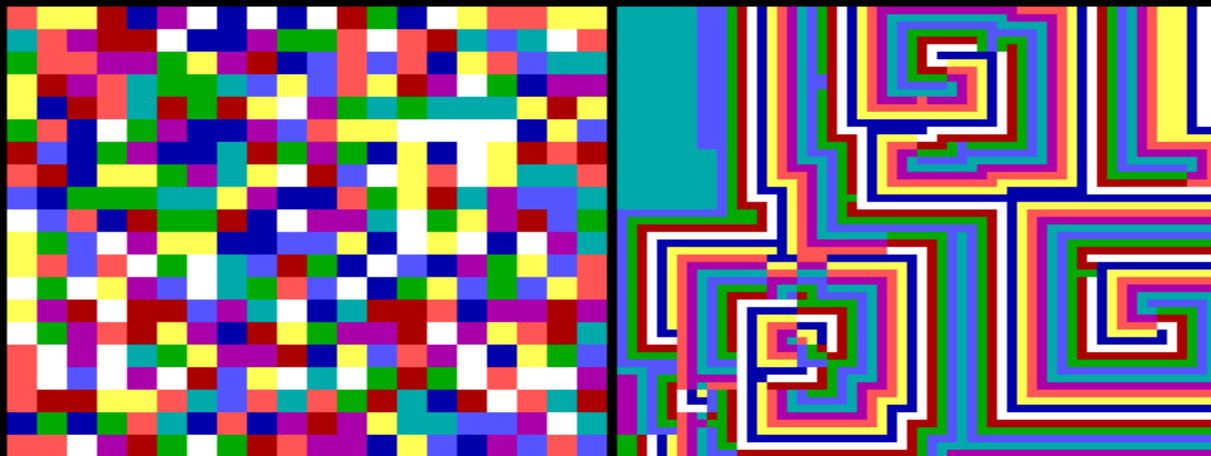
Number of stages after start: 33



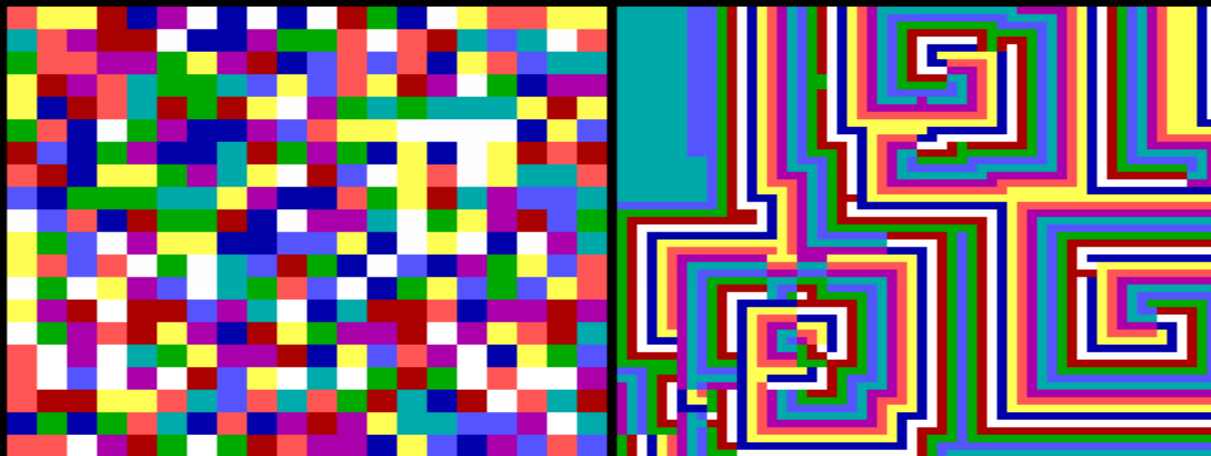
Number of stages after start: 34



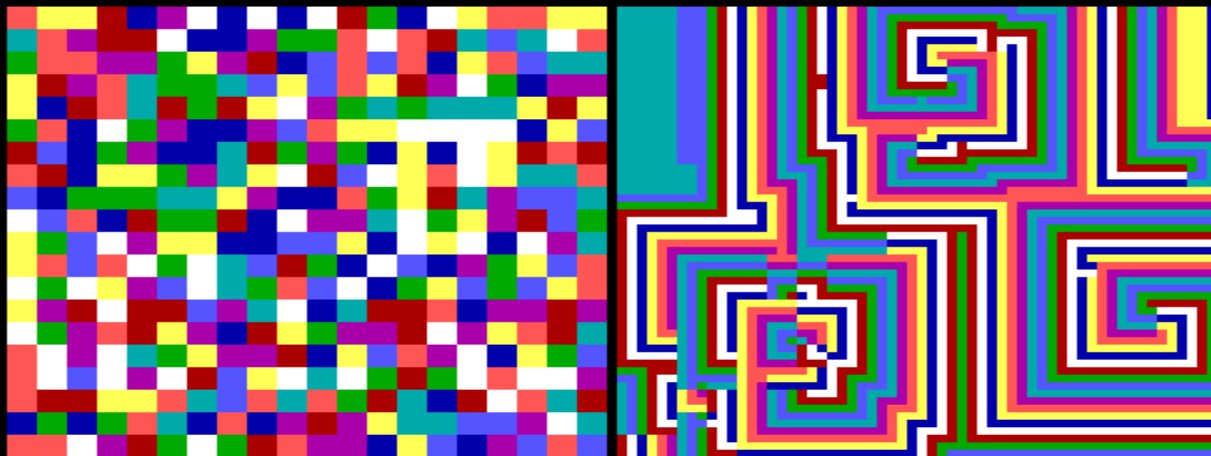
Number of stages after start: 35



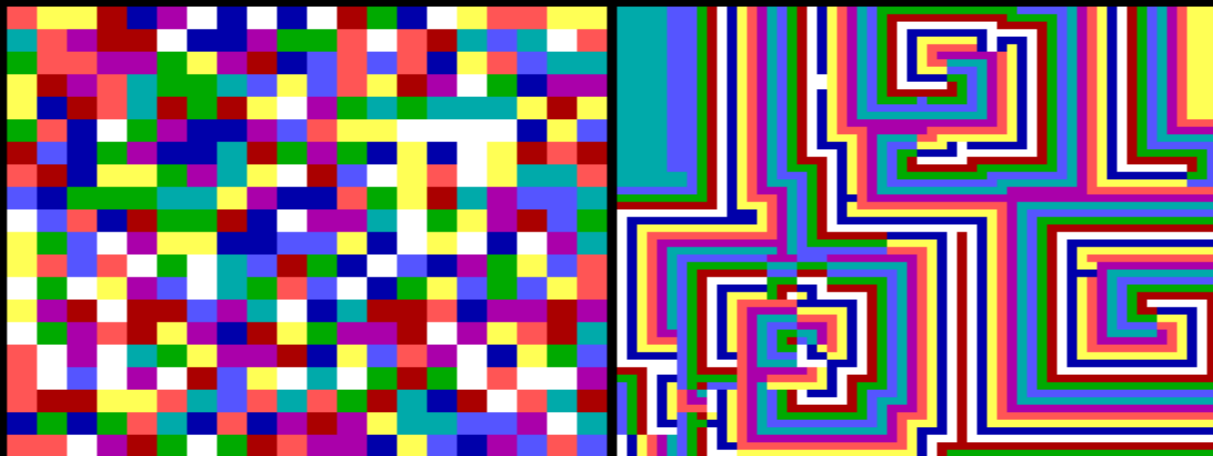
Number of stages after start: 36



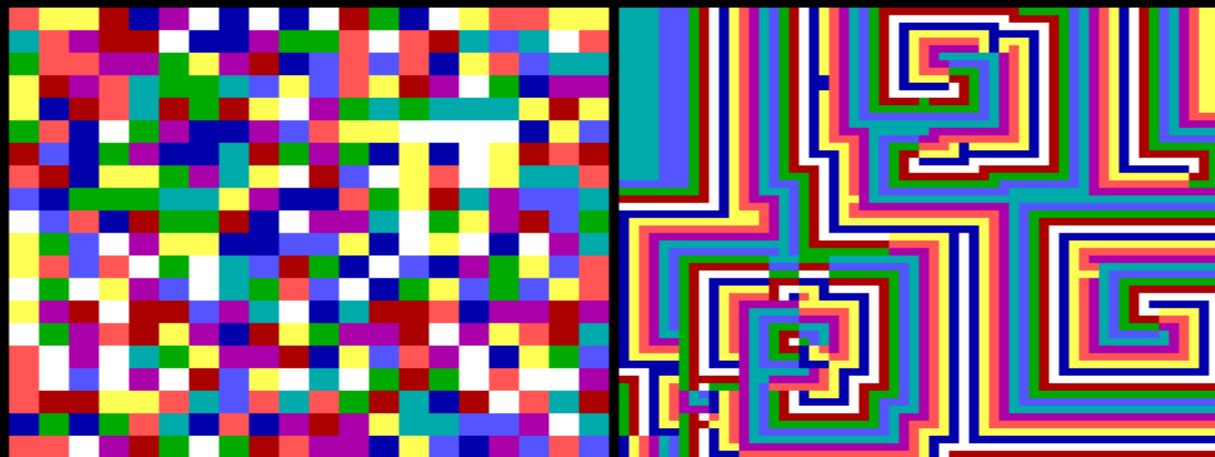
Number of stages after start: 37



Number of stages after start: 38



Number of stages after start: 39



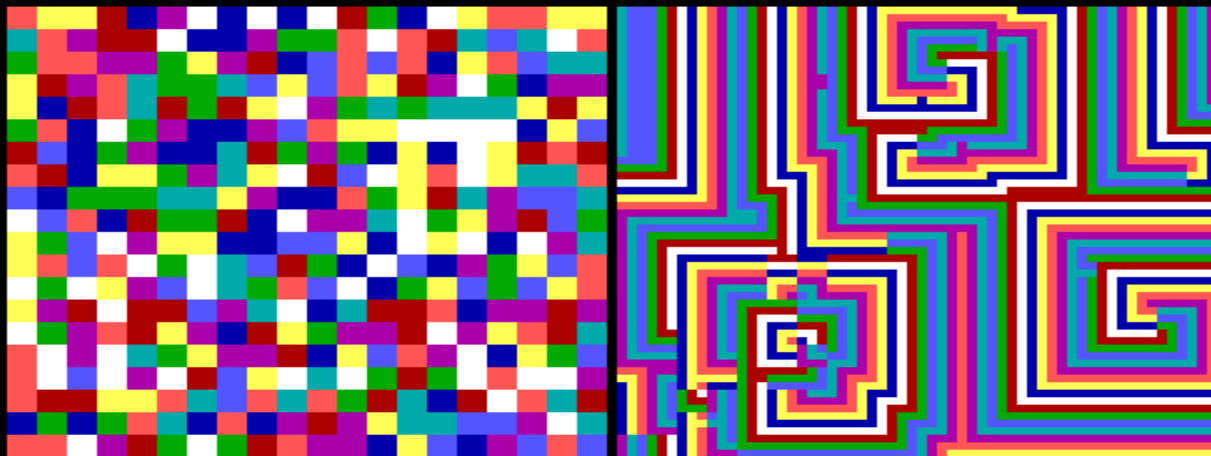
Number of stages after start: 40



Number of stages after start: 41



Number of stages after start: 42



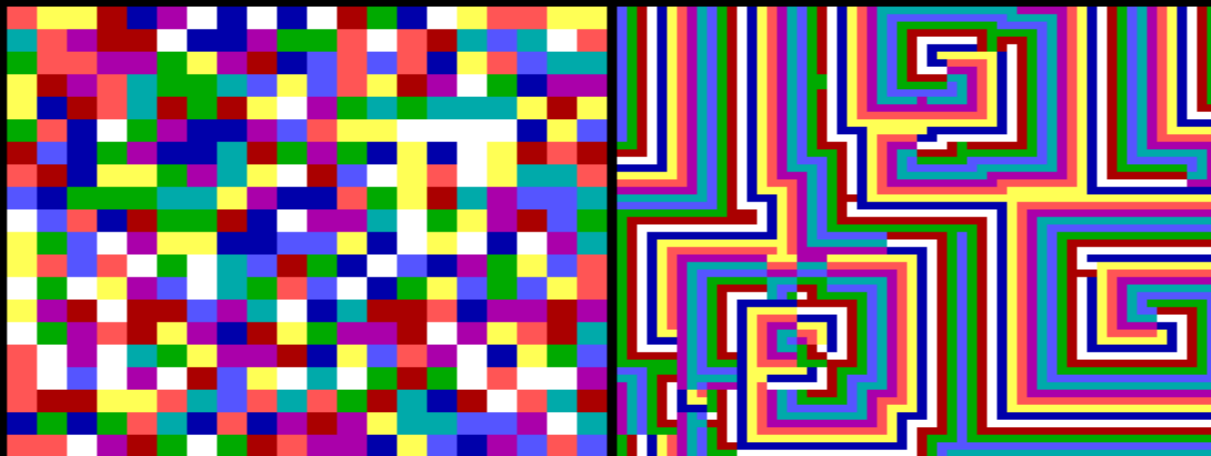
Number of stages after start: 43



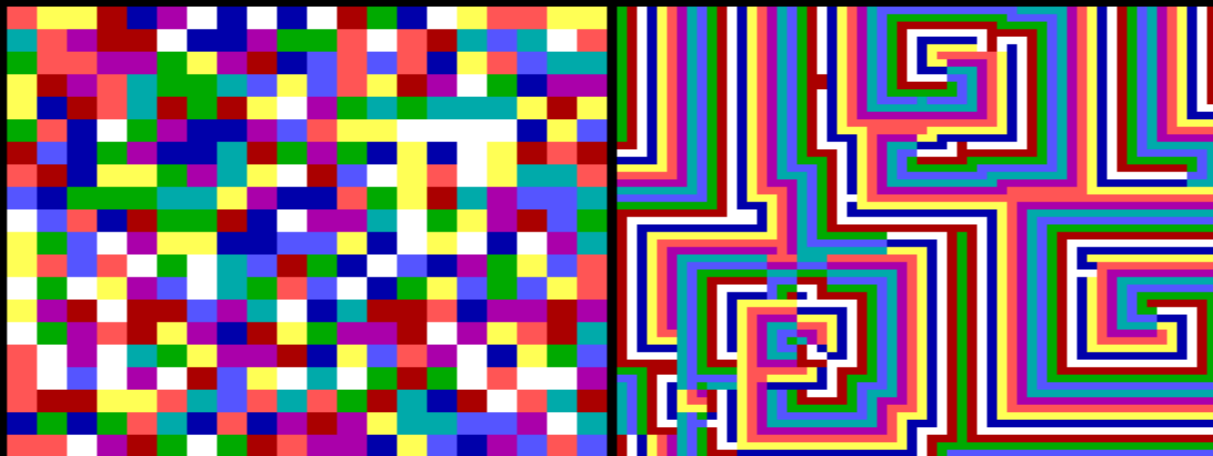
Number of stages after start: 44



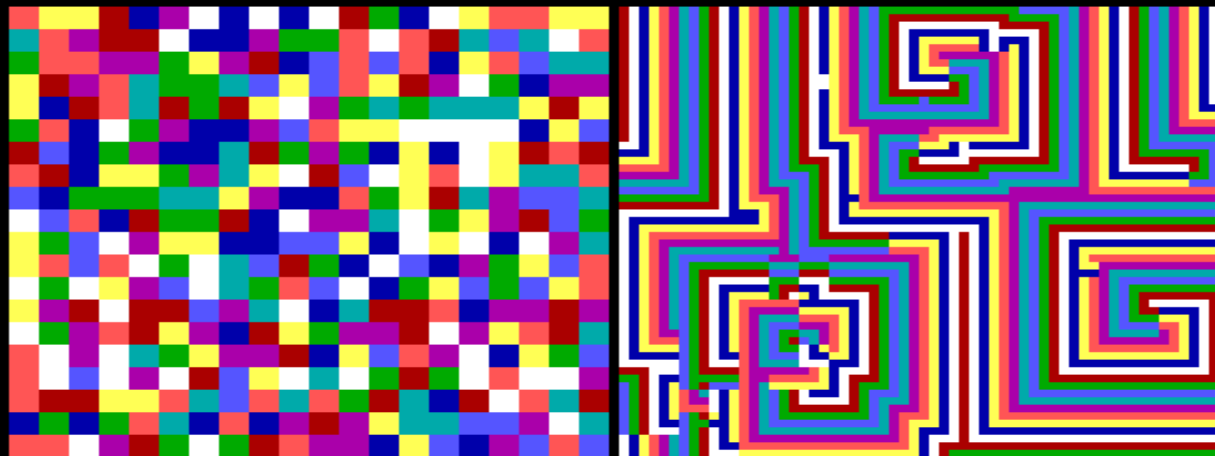
Number of stages after start: 45



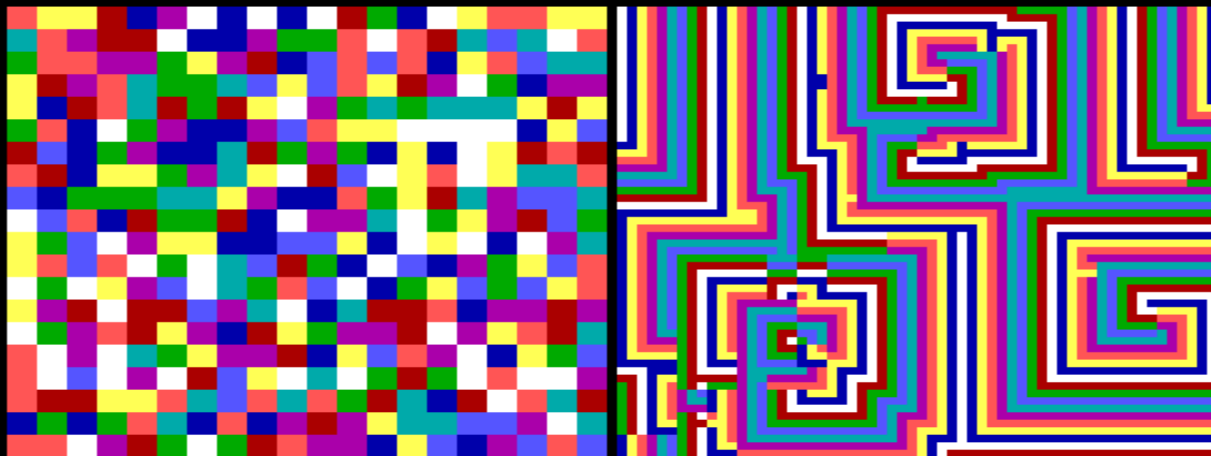
Number of stages after start: 46



Number of stages after start: 47



Number of stages after start: 48



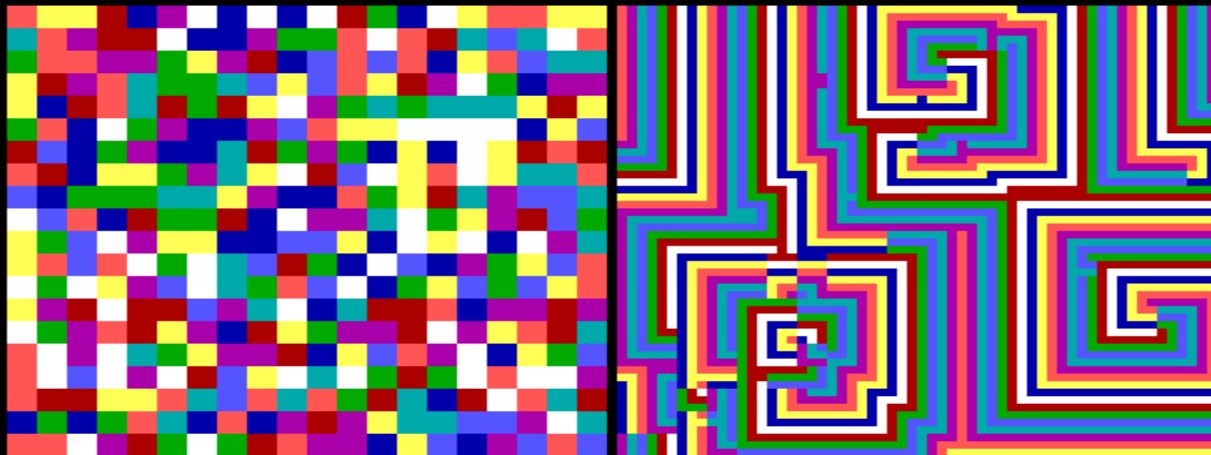
Number of stages after start: 49



Number of stages after start: 50



Number of stages after start: 51



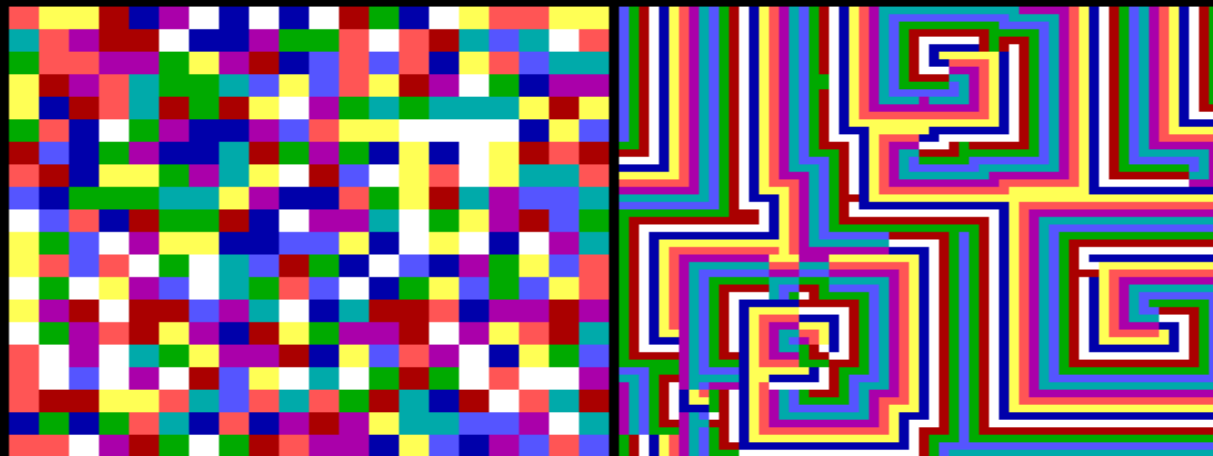
Number of stages after start: 52



Number of stages after start: 53



Number of stages after start: 54



Number of stages after start: 55

Клеточный автомат, как и любая точная модель, не способен отразить принципиальную непредсказуемость и бесконечность процесса развития. На определенном этапе любая система такого типа достигает "конца развития", то есть либо застывает в некотором конечном состоянии, либо колеблется между множеством однотипных состояний, дальше не изменяясь. Например, наш клеточный автомат "заканчивает развитие" примерно после 50 циклов.

А.Н.Кричевец сформулировал следующее фундаментальное положение:

«Точное описание не может быть описанием развития, а описание развития не может быть точным, причем речь идет не о присущей всем эмпирическим наукам приблизительности описания, но о принципиальной его невозможности»

Кричевец А.Н. Адаптивность и априорность. М.: Российское психологическое общество, 1998.

Нетранзитивная механика и геометрия: новый класс нетранзитивных объектов

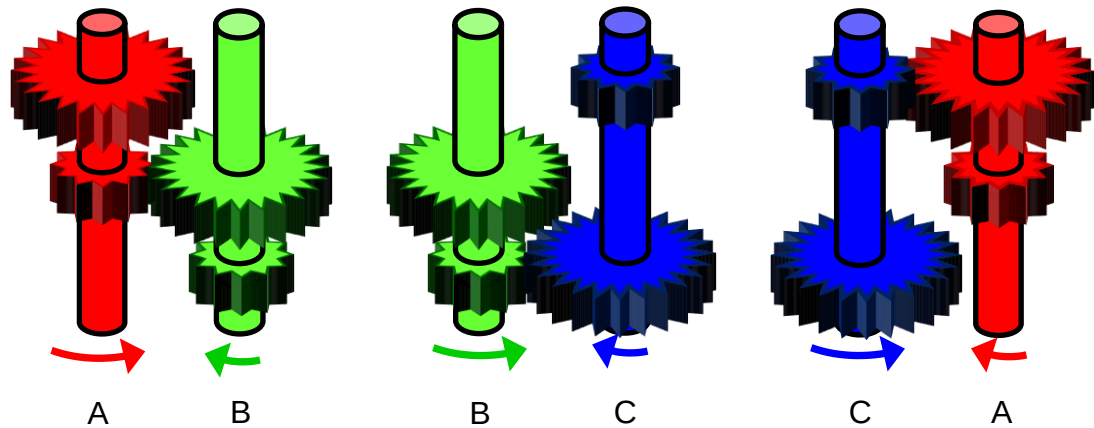
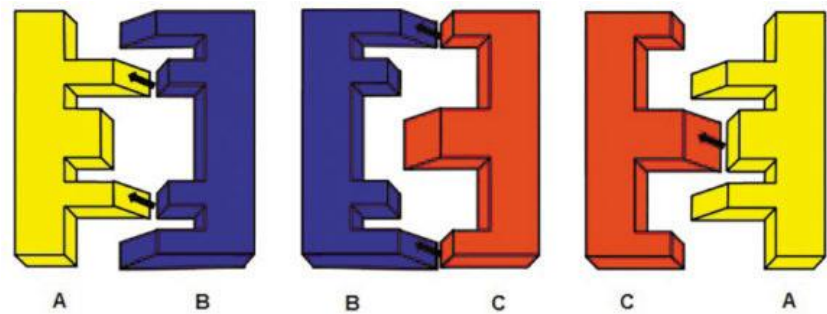
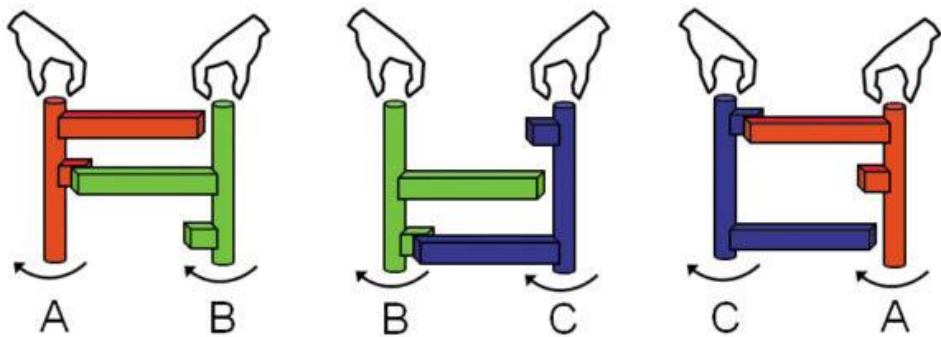
Poddiakov A. Intransitive machines. 2018.

<https://arxiv.org/abs/1809.03869>

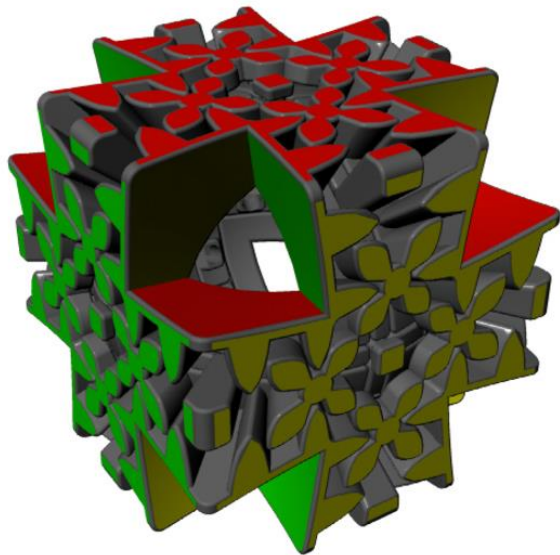
Poddiakov, A. (2019). Learning intransitivity: from intransitive geometrical objects to “rhizomatic” intransitivity. <https://www.researchgate.net/publication/338363121>

Поддяков А. Н. От нетранзитивности спермы к нетранзитивным композитам (2019)

https://elementy.ru/nauchno-populyarnaya_biblioteka/434633



Откликнулся Оскар ван Девентер, голландский изобретатель механических головоломок (его рекорд Гиннеса - изобретение версии кубика Рубика 17x17x17). Он специализируется среди прочего на головоломках с изощренными зубчатыми передачами.



<https://www.youtube.com/watch?v=fFsA6hDc7z8>

В ответ на указание в моей статье, что эти нетранзитивные шестерни не стоит соединять все вместе (заклинит), он, взяв мою схему как базовую, изобрел свои нетранзитивные шестерни с храповыми колесами.



<https://i.materialise.com/forum/t/non-transitive-gears-by-oskar/1167>

Какую бы рукоятку ни выбрал играющий, одна из оставшихся рукояток будет вращаться в 2 раза быстрее выбранной, а другая - в 2 раза медленнее. И заклиниваний там нет (из-за того, что шестерни соединены не напрямую, а через храповые колеса).



Дальше был мой ход - поэкспериментировав с этим объектом, я показал, что он может использоваться для игры втроем. Если два первых участника игры выберут каждый по элементу (рукоятке или шестерне), третий участник всегда может выбрать такой элемент из оставшихся и такое направление его вращения (по часовой стрелке или против), что этот третий элемент «победит» первые два — будет вращаться быстрее них.



Все эти объекты построены как Кондорсе-подобные КОМПОЗИЦИИ



Член А тройки



Член В тройки



Член С тройки

Думаю, возможны ли нетранзитивные механически
взаимодействующие объекты, построенные по другому
принципу?

Геометрические объекты А. Нraskó

https://www.facebook.com/groups/mathpuz/posts/1944444282398071/?comment_id=1947031725472660&reply_comment_id=1947104502132049

Intransitive Geometry

On the first day of the PME conference in Moscow Alexander Poddiakov gave an inspiring talk on intransitive geometry.

Here I add two examples that could be wellknown for the lecturer but he may also enjoy these examples.

Problem 01. We say that triangle $\mathcal{A}$ is vertexgreater than triangle $\mathcal{B}$ if there are more vertices of $\mathcal{B}$ within triangle $\mathcal{A}$ then vertices of $\mathcal{A}$ within triangle $\mathcal{B}$. In notation: $\mathcal{A} >_v \mathcal{B}$.

Is it true that for

a) triangles; b) congruent triangles

$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ if $\mathcal{A} >_v \mathcal{B}$ and $\mathcal{B} >_v \mathcal{C}$ then $\mathcal{A} >_v \mathcal{C}$?

Problem 02. If $(P_1, P_2), (Q_1, Q_2)$ are two pairs of points of the plane then we say (P_1, P_2) "more rotater" than (Q_1, Q_2) if the moment of (P_1, P_2) around line Q_1Q_2 is greater than the moment of (Q_1, Q_2) around the line P_1P_2 . ("The moment of (P_1, P_2) " means the moment of the system of mass that contains one-one 1 kg weights at P_1 and at P_2 and the meaning of the "moment of (Q_1, Q_2) " is similar.) In this case we write $(P_1, P_2) >_r (Q_1, Q_2)$.

Is it true that if $(A_1, A_2), (B_1, B_2), (C_1, C_2)$ are three pointpairs of the plane such that $(A_1, A_2) >_r (B_1, B_2)$ and $(B_1, B_2) >_r (C_1, C_2)$ then $(A_1, A_2) >_r (C_1, C_2)$?

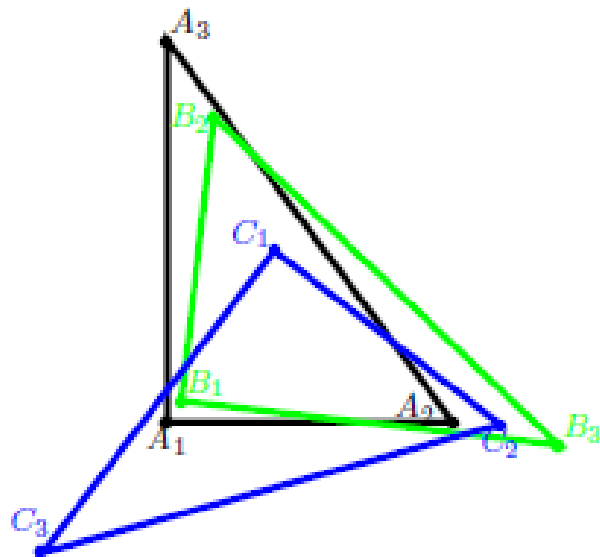
Геометрические объекты А. Нraskó

https://www.facebook.com/groups/mathpuz/posts/1944444282398071/?comment_id=1947031725472660&reply_comment_id=1947104502132049

Solution of Problem 01. Neither is true. The figure below – in itself it is not a proof but convincing – shows triangles $\mathcal{A} = A_1A_2A_3$, $\mathcal{B} = B_1B_2B_3$, $\mathcal{C} = C_1C_2C_3$ such that

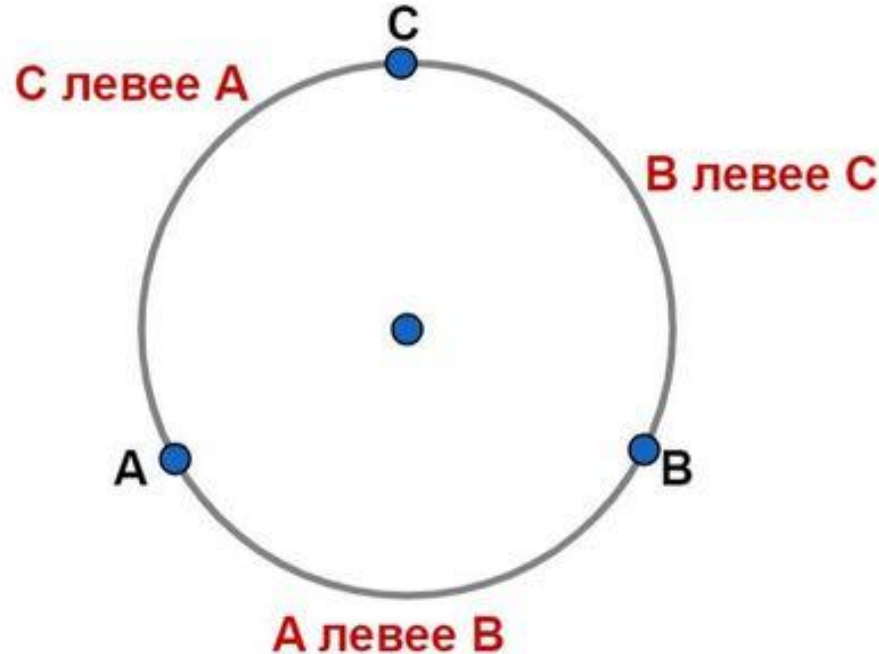
$$|A_1A_2| = |B_1B_2| = |C_1C_2| = 3, \quad |A_2A_3| = |B_2B_3| = |C_2C_3| = 5,$$

$$|A_3A_1| = |B_3B_1| = |C_3C_1| = 4, \quad \text{and } \mathcal{A} >_v \mathcal{B} >_v \mathcal{C} >_v \mathcal{A}.$$



Геометрический объект от Victor Kutsenok

https://www.facebook.com/groups/mathpuz/posts/1944444282398071/?comment_id=1944666359042530&reply_comment_id=1944943195681513



Нетранзитивность как инструмент решения соритов (парадоксы «Куча», «Лысый» и т.д.)

Zardini E. Non-Transitivity and the Sorites Paradox.
(2019). In S. Oms & E. Zardini (Eds.), *The Sorites Paradox*
(Classic Philosophical Arguments, pp. 168-186).
Cambridge: Cambridge University Press.
doi:10.1017/9781316683064.010

В целом, отношение математиков и математических логиков к теме нетранзитивности нейтральное или (сильно) заинтересованное.

При этом среди математиков нет никого, кто потребовал бы, чтобы понятие «парадокс», которым характеризуют нетранзитивность превосходства в работах по данной теме, было заменено на иную квалификацию - «ошибка рационального вывода»:

«Вам бы не математические премии вручать и получать, а логике немного подучиться - Вы же аксиому транзитивности не знаете».

Не всюду дела с принятием нетранзитивности так же хороши, как в математике и биологии.

Философия

Anand P. The philosophy of intransitive preference // The economic journal. 1993. Vol. 103 (417). P. 337-346.

Провел формальное доказательство того, что любое «нетранзитивное» поведение может быть описано в терминах транзитивности, а любое «транзитивное», наоборот, в терминах нетранзитивности.

Наиболее значимый пример - публикации, ответы на все новую критику, написание новых текстов Л.Темкиным.

Larry Temkin is an American philosopher specializing in [normative ethics](#) and [political philosophy](#). His research into equality, practical reason, and the nature of the good has been very influential. His work on the [intransitivity](#) of the "all things considered better than"-relation is groundbreaking and challenges deeply held assumptions about value, practical reasoning, and the goodness of outcomes.

https://en.wikipedia.org/wiki/Larry_Temkin

Temkin L. Rethinking the Good: Moral Ideals and the Nature of Practical Reasoning, Oxford University Press, 2012.

6. Exploring Transitivity, Part I

- 6.1 Transitive and Non-transitive Relations
- 6.2 Incommensurability
- 6.3 Rough Comparability
- 6.4 Rational Decision Making and the Non-transitivity of Not Worse Than
- 6.5 Rational Preferences and the Money Pump
- 6.6 The Importance of Global and Strategic Reasoning
- 6.7 Summary of Chapter Six

7. Exploring Transitivity, Part II

- 7.1 The Non-transitivity of Permissibility
- 7.2 The Non-transitivity of Moral Obligatoriness
- 7.3 The Obligatoriness Relation and Another Possible Money Pump
- 7.4 From Obligatoriness to Better Than: On the Right and the Good and Heritability of Non-transitivity
- 7.5 Defending the Transitivity of the Obligatoriness Relation: A Fine-Grained Solution
- 7.6 The High Cost of the Fine-Grained Solution to the Problem of Non-transitivity
- 7.7 Better Than: The Underlying Conditions that Would Make It a Transitive or Non-transitive Relation
- 7.8 Summary of Chapter Seven

Логика сравнения,
теория принятия решений и экономика

В логике сравнения и в традиционной теории принятия решений транзитивность отношений превосходства вводится как *аксиома, считающаяся "ключевым критерием рациональных действий"* (Козелецкий Ю. Психологическая теория решений. М.: Прогресс, 1979, с. 94).

Это аксиома состоит в следующем: если первое превосходит второе в определенном отношении (по определенному признаку), а второе превосходит третье, то первое превосходит третье в указанном отношении.

Нарушение аксиомы транзитивности - логическая ошибка (Ивин А.А. Логика. М.: Знание, 1998).

If “you have violated the transitivity axiom, ... you are not instrumentally rational. The content of A, B, and C do not matter to the axiom” (Five Minutes with K.E. Stanovich, R.F. West, and M.E. Toplak, 2016.

<https://mitpress.mit.edu/blog/five-minutes-keith-e-stanovich-richard-f-west-and-maggie-e-toplak>)

“Transitivity of preferences is a fundamental principle shared by most major contemporary rational, prescriptive, and descriptive models of decision making. To have transitive preferences, a person, group, or society that prefers choice option x to y and y to z must prefer x to z . Any claim of empirical violations of transitivity by individual decision makers requires evidence beyond a reasonable doubt”

Regenwetter et al. (2011). Transitivity of preferences.
Psychological Review. Vol. 118(1).

Исследователи, принадлежащие к этой, жесткой транзитивно-ориентированной парадигме, готовы учитывать только парадокс Кондорсе.

При этом они интерпретируют его как превращение рациональных, транзитивных индивидуальных предпочтений в нетранзитивные, иррациональные групповые.

Почему нарушение транзитивности в глазах специалистов по принятию решений и экономистов - это очень плохо и нерационально?

Существует простое логическое рассуждение, призванное наглядно продемонстрировать ошибочность нарушения принципа транзитивности. Оно называется "денежным насосом" ("money pump") и состоит в следующем.

Пусть имеется 3 объекта А, В, С (это могут быть предметы — товары, лотереи или же люди — кандидаты, нанимающиеся на работу, и т.д.). Пусть человек, принимающий решение, предпочитает объект А объекту В, а объект В объекту С. Тогда, имея объект С, он будет готов заплатить некую сумму денег, чтобы заменить С на В и затем, доплатив еще, заменить В на А.

Но если он, в нарушение принципа транзитивности, предпочитает объект С объекту А, то он заплатит еще некоторую сумму, чтобы заменить А на С. Тем самым он придет к тому же, с чего начал, только теперь уже с меньшей суммой денег (Tversky, 1969). И так будет продолжаться до тех пор, пока этот "насос" циклических, нетранзитивных предпочтений не "высосет" все средства и силы субъекта.

Принятие аксиомы транзитивности и опора на рассуждение «денежный насос» - мейнстрим в области теории принятия решений, экономике (в том числе поведенческой) и в психологических работах, связанных с психологией рациональных и иррациональных выборов и предпочтений.

«Диссиденты»

Bar-Hillel, Margalit: существование нетранзитивных объектов и их нетранзитивные выборы агентом не нарушают рационального требования транзитивности предпочтений.

Bar-Hillel M., Margalit A. How vicious are cycles of intransitive choice? // Theory and Decision. 1988. Vol. 24. P. 119-145.

Предпочтения «выиграть 100 р.», «остаться при своих», «проиграть 100 р.» должны быть строго транзитивны:

$$100 \succ 0 \succ -100$$

Но если выбираемые опции объективно находятся в нетранзитивном отношении превосходства, то по отношению к ним реализация рационального принципа транзитивности предпочтений закономерно ведет именно к нетранзитивным выборам (например, к нетранзитивным выборам нетранзитивных костей). И здесь неоткуда взяться «денежному насосу».

Но на это рассуждение почти никто не обращает внимания (при высоком цитировании Бар-Хиллель в целом).

Объект исследовательского интереса по-прежнему поведение людей, которые совершают нетранзитивные выборы, связанные с когнитивными искажениями и логическими ошибками (а не с уровнем интеллекта людей, подобных Б.Гейтсу и Солу Крипке).

Здесь в абсолютном большинстве экспериментов участникам предъявляются для выбора опции, находящиеся в *объективно транзитивных* отношениях превосходства (и возможность иного не рефлексивируется исследователями).

С большой искусностью эти наборы опций конструируются так (и это уже сознательный методический ход), чтобы запутать участника, вызвать когнитивное искажение, логическую ошибку - и затем исследовать это явление.

Так и нужно делать - но не игнорируя нетранзитивные выборы нетранзитивных опций (костей, например) - ведь такие-то выборы абсолютно рациональны.

В самой известной и цитируемой работе по теме:
Tversky A. Intransitivity of preferences // Psychological review.
1969. Vol. 76. P. 31-48.
участниками предлагается несколько задач.

А. Тверски предлагал испытуемым совершать выборы между попарно предъявляемыми психологическими портретами кандидатов, проходящих по конкурсу на определенную должность и различающихся друг от друга по:

- интеллекту;
 - эмоциональной стабильности;
 - социальной активности;
- выбирая наиболее подходящего.

Эти психологические портреты были созданы так искусно, что большинство испытуемых в паре кандидатов А - В предпочитало кандидата А, в паре В - С — кандидата В, в паре С - D — кандидата С, в паре D - E — кандидата D, но в паре А - E — кандидата E.

Более того, когда экспериментатор указывал им на создавшееся противоречие, многие испытуемые спорили, доказывая обоснованность своих выводов.

Но работа менеджера по найму персонала и не может быть построена на нетранзитивных выборах - иначе он попадет в «денежный насос». Сама предложенная деятельность требовала транзитивных, а не нетранзитивных выборов.

А тот, кто совершал нетранзитивные выборы, был нерациональным субъектом.

2. Участникам также предлагалось делать попарные выборы между лотереями (в какой из двух участвовать).

THE GAMBLES EMPLOYED IN
EXPERIMENT I

Gamble	Probability of winning	Payoff (in \$)	Expected value (in \$)
a	7/24	5.00	1.46
b	8/24	4.75	1.58
c	9/24	4.50	1.69
d	10/24	4.25	1.77
e	11/24	4.00	1.83

И опять (это работа Тверски как психолога - разработчика задания) данные опции были сконструированы так, чтобы провоцировать участников на нетранзитивные выборы - что и наблюдалось в эксперименте (а потом многократно цитировалось, воспроизводилось в принципиально сходных экспериментах и т.д.).

Но А.Тверски, судя по тексту, не знал о нетранзитивных костях (и возможно, так и не узнал - или узнал, но не придавал значения).

Вопрос: но где эксперименты, в которых участникам предлагались бы для выбора объективно нетранзитивные опции - хотя бы те же нетранзитивные кубики, наборы карандашей и т.п.?

Такие ситуации до последнего времени не были объектом интереса исследователей.

Некоторые исключения - ...

Полевые экономико-психологические эксперименты на студенческой выборке

Howard G. S. A philosophy of science for cross-cultural psychology // Handbook of Multicultural Competencies in Counseling And Psychology / D.B.Pope-Davis, H.L.K. Coleman, W. M. Liu, R. L. Toporek (eds.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications, 2003.

“In the dice exercise, my students are impaled on the horns of a set of nontransitive dice... Because my students trusted that the transitive law held for probabilities, they assumed there must be a ‘best’ die to be found. It turned out they were chasing ‘swamp gas’.

The ironic part is that many students assume transitivity without even knowing what it is—let alone that they are wagering their hard-earned money on the law’s appropriateness for this particular ‘simple game of chance’.”

Многие студенты - но не все?

Лишь недавно в поведенческих экономических экспериментах в качестве задачного материала для принятия решений участниками стали предлагаться объекты, находящиеся в объективных отношениях нетранзитивности. Мне известно всего 3 работы.

Butler D., Pogrebna G. **Predictably** intransitive preferences // Judgment and Decision Making. 2018. Vol. 13(3). P. 217-236.
<http://journal.sjdm.org/17/17912b/jdm17912b.html>

Cason T. N., Hopkins D., Friedman E. Cycles and instability in a rock-paper-scissors population game: A continuous time experiment // The Review of Economic Studies. 2014. Vol. 81(1). P. 112-136.

Pavlov V. Non-transitive games in business. 2015.
<https://www.youtube.com/watch?v=N8a0-Vkjen4>

При этом лишь в работе Butler, Pogrebna, 2018 парадокс Стейнхауса-Трибулы фигурирует в явном виде, и на нем построен материал задачи для участников эксперимента.

“The transitivity axiom is common to nearly all descriptive and normative utility theories of choice under risk. Contrary to both intuition and common assumption, the little-known ‘Steinhaus-Trybula paradox’ shows the relation ‘stochastically greater than’ will not always be transitive, in contradiction of Weak Stochastic Transitivity. We bespoke-design pairs of lotteries inspired by the paradox, over which individual preferences might cycle. We run an experiment to look for evidence of cycles, and violations of expansion/contraction consistency between choice sets. Even after considering possible stochastic but transitive explanations, we show that cycles can be the modal preference pattern over these simple lotteries, and we find systematic violations of expansion/contraction consistency.”

Статья “Predictably intransitive preferences” предсказуемо (predictably) подверглась критике (не всякая статья удостоивается):

“Because the data analyses presented in Butler and Pogrebna (2018) were based on these older methods, a skeptic could remain unconvinced that their data actually contained any real evidence against transitivity”

Birnbaum, M. (2020). Reanalysis of Butler & Pogrebna (2018) using the true and error model.

<http://journal.sjdm.org/20/200216/jdm200216.html>,

На нее был дан ответ:

Butler D. Intransitive preferences or choice errors? A reply to Birnbaum. <http://journal.sjdm.org/20/200216r/jdm200216r.html>

Возможный выход - классификация ситуаций, связанных с:

- объективностью отношений транзитивности - нетранзитивности
- их субъективной оценкой человеком

Поддьяков А.Н. Непереходность (нетранзитивность) отношений превосходства и принятие решений // Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2006.
<https://psy-journal.hse.ru/data/2011/04/26/1210581923/88-111.pdf>

Poddiakov A., Valsiner J. Intransitivity cycles and their transformations: How dynamically adapting systems function (2013) <https://www.researchgate.net/publication/28128841>.

I. Отношения превосходства между рассматриваемыми опциями объективно транзитивны

1. Субъект правильно оценивает их как транзитивные (это объект интереса когнитивных психологов - исследователей детского развития - с какого возраста, при каких условиях и т.д.)

2. Субъект ошибочно оценивает эти транзитивные отношения как нетранзитивные (объект интереса когнитивных психологов - исследователей детского развития и поведенческих экономистов - «транзитивщиков»)

II. Отношения превосходства объективно нетранзитивны

1. Субъект правильно оценивает их как нетранзитивные. Никого из исследователей эти умные, рациональные люди не интересуют.

2. Субъект ошибочно оценивает эти нетранзитивные отношения как транзитивные.

Тоже не волнует практически никого из исследователей, кроме моего аспиранта.

Пермогорский М. С. Психологические предикторы актуализации эвристики транзитивности отношений превосходства. Дис. к.пс.н. М., 2016.

<https://www.hse.ru/sci/diss/175064641>

Проблема, однако, в том, что эта классификация, как и эксперименты Д.Батлера и Г.Погребны, как и рассуждение М.Бар-Хиллель (директора Центра рациональности в Иерусалиме) не может быть воспринята сторонниками транзитивно-ориентированной парадигмы иначе как следствие логической ошибки или когнитивного искажения.

О них можно либо промолчать (в случае М.Бар-Хиллель), либо высказаться максимально жестко (“old methods”, “no any real evidence against transitivity”).

«Диссиденты-нетранзитивщики» генерируют мощные метафоры.

P. Fishburn пишет об отрицании нетранзитивности:
“An analogous rejection of non-Euclidean geometry in physics would have kept the familiar and simpler Newtonian mechanics in place, but that was not to be”.

Fishburn P. C. Nontransitive preferences in decision theory
// Journal of Risk and Uncertainty. 1991. Vol. 4 (2). P. 113-134.

“A new theory of preferences under risk is presented that does not use the transitivity and independence axioms of the von Neumann-Morgenstern linear utility theory. Continuity, dominance, and symmetry axioms are shown to be necessary and sufficient for the new representation.”

Fishburn P.C. (1982). Nontransitive measurable utility. *Journal of mathematical psychology*, 26.

П. Фишбурн награжден The John von Neumann Prize (1996), the Decision Analysis Publication Award (1991) и др., но последствий введения теории, убравшей аксиому транзитивности, не видно.

Аналогично, не востребована предложенная М. Бар-Хиллель и А.Маргалит модель, которая как раз могла бы служить «защитным поясом» теории принятия решений при сохранении аксиомы транзитивности. А именно, примем, что нетранзитивность предпочтений (preferences) недопустима для всякого рационального субъекта, а вот нетранзитивность выборов (choices) - вполне допустима и может быть рациональной.

Усилим: нетранзитивные выборы - это средство реализации транзитивности предпочтений, более высоко стоящей в иерархии, в условиях объективной нетранзитивности.

Такого типа доводы ничуть не убедительны для упертых транзитивщиков. Они считают, что на самом деле, если глубоко разобраться и тонко учесть все факторы ("taking all considered"), нетранзитивность превосходства окажется иллюзией, следствием ошибочных рассуждений и неправильно интерпретированных наблюдений.

А нетранзитивщики, напротив, считают, что как раз транзитивность превосходства - это всего лишь результат выдергивания и искусственной изоляции короткой цепочки превосходств из более общего цикла взаимодействий, в котором они реально существуют.

Это - мировоззренческое, парадигмальное, философски нагруженное противоречие.

Оно отражает противостояние редукционизма и холизма.

Как и в случаях других парадигмальных противоречий, оно не может быть разрешено никакими эмпирическими процедурами - они не будут признаны либо одной, либо другой стороной (old methods, no any real evidence against transitivity/intransitivity).

Обобщение:
динамика отношения к нетранзитивности
превосходства в русле теории исследовательских
программ И.Лакатоса

А.Н.Кричевец предложил интерпретировать динамику отношения к нетранзитивности превосходства в русле теории исследовательских программ Лакатоса. В ней показано, что важным этапом развития той или иной исследовательской программы является ее столкновение с «монстрами» - контрпримерами, претендующими на опровержение теории (Лакатос, 1967).

Развивая эту идею А.Н.Кричевца, можно представить динамику отношения к нетранзитивности превосходства следующим образом.

Классическая, «лобовая» аксиома транзитивности превосходства (если $A > B$ и $B > C$, то $A > C$) вводилась на основе таких представлений о мире, которые задним числом кажутся наивными в своей претензии на универсальность.

Дальнейшее развитие математики и других наук было сопряжено с конструированием таких примеров, которые выглядели «монстрами» для теорий, положивших в свою основу данную аксиому. «Монстры» здесь - это примеры нетранзитивности отношений «чаще показывать большее число», «быть прочнее», «быть сильнее при механическом взаимодействии» и др.

Для современных математиков эти примеры - не «монстры», а интересные «животные» нового, пока не изученного или же малоизученного вида.

Для биологов нетранзитивная конкуренция сама по себе - скорее, общее место, изредка проблематизируемое локальными исследовательскими вопросами немногих «диссидентов». Биологам интересны продвинутые исследования роли нетранзитивности доминирования в поддержании биоразнообразия и сосуществования разных видов.

В экономике и теории принятия решений инакомыслящие - это, наоборот, как раз те, кто пишет о важности нетранзитивности доминирования и об ограниченной применимости аксиомы транзитивности. Их идеи не востребованы.

Возможно, эта невостребованность рациональна, пока остаются неясны «масштабы катастрофы», как высказался в неформальном обсуждении один экономист, готовый как-то учесть эти примеры и заинтригованный противопоставлением положения дел в биологии и экономике.

Используя метафору П.Фишбура, можно сказать, что движение от «лобовой» аксиомы транзитивности к пониманию нетранзитивности аналогично движению от евклидовой геометрии к неевклидовой с отказом от упрощенной ньютонианской модели мира как абсолютной.

В целом, в русле нетранзитивно-ориентированной парадигмы можно использовать такую метафору. Объективная нетранзитивность - не «монстр» и даже не «гадкий утенок», а один из «прекрасных лебедей» (или «черных») для тех, кто склонен видеть за ней неньютонианскую перспективу познания мира - с оптимистическим или пессимистическим отношением к ней.

**Эмпирическое исследования понимания людьми
нетранзитивности, выполненное в русле когнитивной
психологии - или экспериментальной философии**

Таких исследований раньше не было, это первое.

Поддьяков А.Н. Изменение представлений о
непереходности превосходства под влиянием
ознакомления с "нетранзитивными" объектами //
Современная экспериментальная психология: В 2 т. /
Под ред. В. А. Барабанщикова. М.: Изд-во «Институт
психологии РАН», 2011. Т. 2. С. 193-205.

<https://publications.hse.ru/mirror/pubs/share/folder/1w8ip8xnzj/direct/74121687.pdf>

Цели исследования:

- изучить мнения участников о том, какие ситуации превосходства типа «камень-ножницы-бумага» возможны, а какие невозможны;
- исследовать, как знакомство с нетранзитивными объектами влияет на мнения о том, что возможно, а что нет.

Участники: 89 студентов НИУ ВШЭ 17-21 года с разных факультетов

Методика

Испытуемым предлагается опросник со следующими вопросами (варианты ответов: "да, может"; "нет, не может"; "затрудняюсь ответить"). Набор вопросов-задач надо было предварительно сконструировать, и я его сконструировал (задачное творчество).

Есть три шахматных компьютера, играющих друг с другом в шахматы. Известно, что 1-й компьютер чаще выигрывает у 2-го, чем проигрывает ему. 2-й компьютер чаще выигрывает у 3-го, чем проигрывает ему.

Может ли быть так, что при этом 3-й компьютер чаще выигрывает у 1-го, чем проигрывает ему?

Есть три различающихся набора карандашей. В каждом наборе по 6 карандашей разной длины. Сравниваем по длине каждый карандаш с каждым. Известно, что карандаши из 1-го набора чаще оказывались длиннее карандашей из 2-го набора. Карандаши из 2-го набора чаще оказывались длиннее карандашей из 3-го набора.

Может ли при этом быть так, что карандаши из 3-го набора чаще оказывались длиннее карандашей из 1-го набора?

Есть три команды борцов, в каждой команде по 6 борцов. В турнире каждый боец одной команды встречался с каждым из борцов двух других команд. Известно, что: 1-я команда победила 2-ю по соотношению индивидуальных побед (т.е. борцы 1-й команды одержали больше побед над борцами 2-й команды, чем потерпели от них поражений); 2-я команда победила 3-ю по соотношению индивидуальных побед (т.е. борцы 2-й команды одержали больше побед над борцами 3-й команды, чем потерпели от них поражений). Может ли при этом быть так, что 3-я команда победила 1-ю по соотношению индивидуальных побед (т.е. борцы 3-й команды одержали больше побед над борцами 1-й команды, чем потерпели от них поражений)?

Внимание: две предыдущие задачи (про наборы карандашей и про команды борцов) сделаны так, чтобы представлять одну и ту же нетранзитивную логическую структуру на разном материале - такой методический ход.

Есть три вида микроорганизмов. Микроорганизмы 1-го вида вытесняются с занятой территории микроорганизмами 2-го вида. Микроорганизмы 2-го вида вытесняются с занятой территории микроорганизмами 3-го вида.

Может ли при этом быть так, что микроорганизмы 3-го вида затем вытесняются с занятой территории микроорганизмами 1-го вида?

Есть три вида оружия - гуляй-башни разной конфигурации, соревнующиеся, кто поставит на другой цветную метку.

Гуляй-башня, поставившая в ходе столкновения цветную метку на другой, считается победителем, а другая - побежденной (как в пейнтболе).

Известно, что: 1-я гуляй-башня сконструирована так, что ставит метку на 2-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею (т.е. побеждает её); 2-я гуляй-башня сконструирована так, что ставит метку на 3-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею (т.е. побеждает её).

Может ли при этом быть так, что 3-я гуляй-башня ставит метку на 1-й гуляй-башне, оставаясь не помеченной ею (т.е. побеждает её)?

Есть три зубчатые передачи (шестеренки на осях, соединяемые друг с другом). Известно, что: ось 1 вращается с большей частотой вращения, чем ось 2, при сцеплении их шестерней; ось 2 вращается с большей частотой вращения, чем ось 3, при сцеплении их шестерней.

Может ли при этом быть так, что ось 3 вращается с большей частотой вращения, чем ось 1, при сцеплении их шестерней?

Результаты на этом этапе

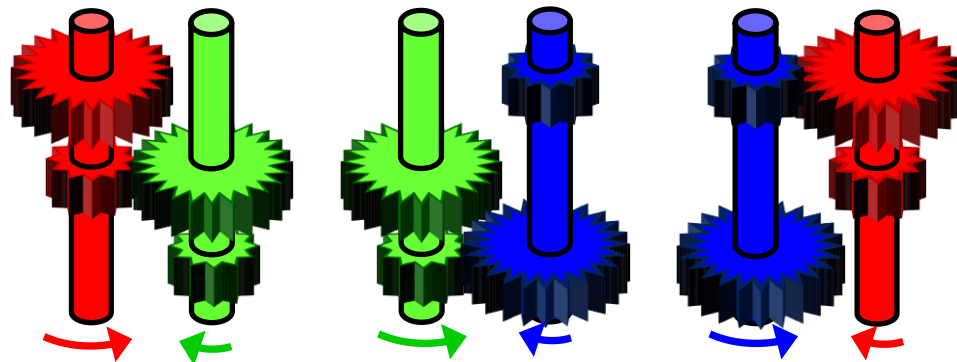
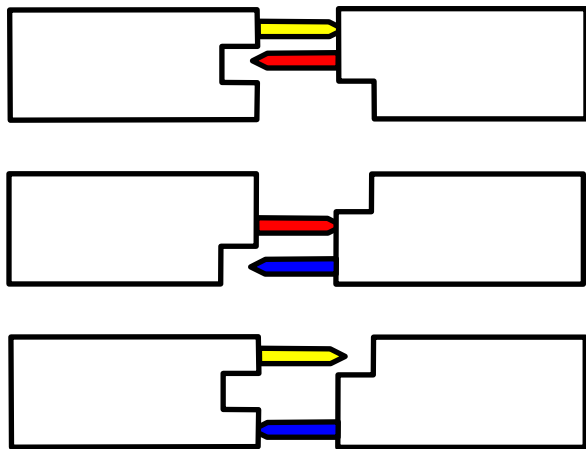
Большинство считает

- *возможной*: нетранзитивность борьбы микроорганизмов, шахматных программ, гуляй-башен и команд борцов
- *невозможной* - нетранзитивность скоростей зубчатых передач и нетранзитивность наборов карандашей

Нетранзитивность отношения «чаще оказываться длиннее» (для карандашей) труднее понять (люди в нее не верят), чем нетранзитивность отношения «чаще оказываться сильнее» в случае встреч борцов из разных команд (люди в нее верят).

2-й этап

Показ одной половине участников нетранзитивных гуляй-башен, а второй - шестерен,

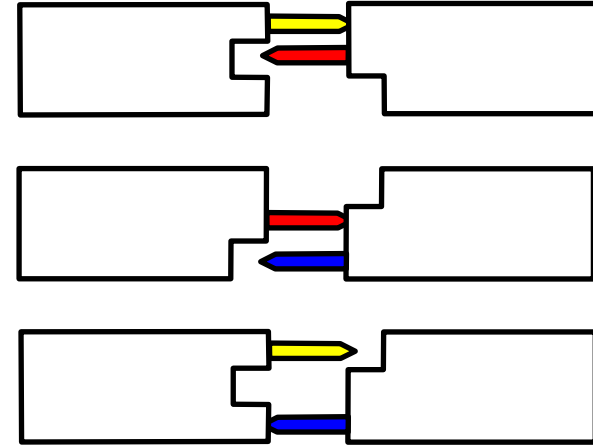


и просьба снова заполнить опросник, «чтобы подтвердить, что Ваши оценки остались прежними, или, наоборот, в чем-то изменить их».

Результаты (парадоксальные)

Знакомство с гуляй-башнями

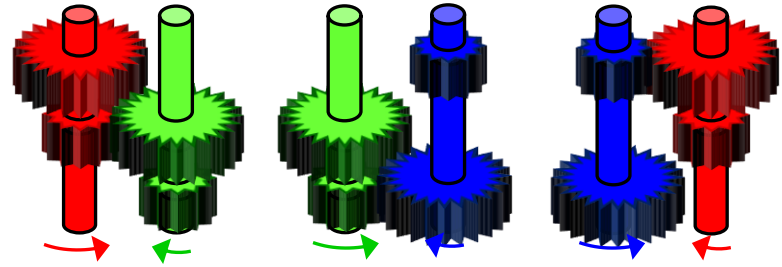
Абсолютное большинство участников и до показа нетранзитивных гуляй-башен допускало существование такого типа объектов.



Но реальное знакомство с башнями все равно привело к значимому увеличению правильных ответов о возможности существования нетранзитивных объектов в других областях - шахматных компьютеров, наборов карандашей и др.

Результаты (парадоксальные)

Знакомство с шестернями



Абсолютное большинство участников до показа нетранзитивных шестерен не допускало возможность их существования. Реальное знакомство с ними привело только к значимому росту правильных ответов о самих шестернях, но не о возможности существования нетранзитивных объектов в других областях. Поглядев на шестерни, участники поправили свои прежние ошибочные ответы в основном только о шестернях же - переноса не было.

Выводы по эксперименту

1. Представления о нетранзитивности являются предметно-специфическими: участники допускают существование одних объектов, находящихся в нетранзитивных отношениях превосходства, и не допускают существования других (хотя реально они тоже возможны). Например, допускают существование нетранзитивных по силе спортивных команд, но не допускают существование нетранзитивных по длине наборов карандашей.

2. Разные нетранзитивные объекты обладают разной «эвристической силой», в разной степени влияя на перенос - на изменение представлений о нетранзитивности в других областях.

Если принцип взаимодействия нетранзитивных гуляй-башен кажется людям применимым к разным областям, этого совершенно нельзя сказать про достаточно экзотические нетранзитивные шестерни - обычному участнику непонятно, что еще могло бы работать по такому принципу. Шестерни оказались более экзотичны и менее эвристичны, чем гуляй-башни.

Итак, можно сказать, что одна представленная участникам модель (гуляй-башни) обладала большей «эвристической силой» в отношении положительного влияния на понимание нетранзитивных отношений превосходства, чем другая (натранзитивные шестерни).

Теория игр

Здесь с принятием нетранзитивности всё хорошо: есть очень развитые представления о нетранзитивных по выигрышности стратегиях.

На уровне практической разработки игр одно из основных выдвигаемых требований к созданию игрового баланса - конструирование различных нетранзитивностей в игре.

Новое в нетранзитивных играх:

**нетранзитивные по предпочтительности шахматные
и шашечные позиции и степень интерактивности
игры**

Нетранзитивные шахматные позиции

Я показал, что возможны нетранзитивные шахматные позиции - такие, что при попарном наложении на доску позиций белых и черных:

- позиция А белых выигрышнее позиции В черных;
- позиция В черных выигрышнее позиции С белых;
- позиция С белых выигрышнее позиции D черных;
- позиция D черных выигрышнее позиции А белых.

Поддьяков А. Н. Правило транзитивности против нетранзитивности выбора // Наука и жизнь. 2017. № 3.

<https://www.nkj.ru/archive/articles/30869>

Белые начинают во всех вариантах

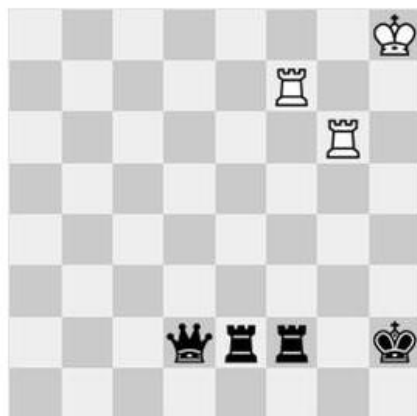
А предпочтительнее В



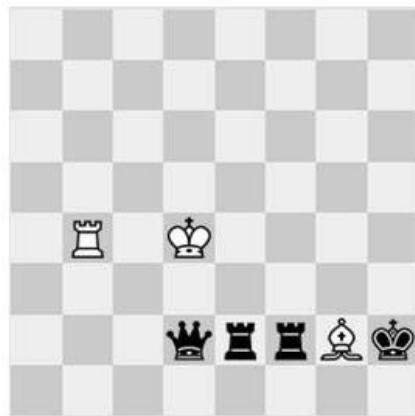
В предпочтительнее С



С предпочтительнее D



D предпочтительнее А



Откликнулись шахматисты:

Филатов А. Нетранзитивные позиции в шахматах // Наука и жизнь. 2017. № 7. <https://www.nkj.ru/archive/articles/31727>

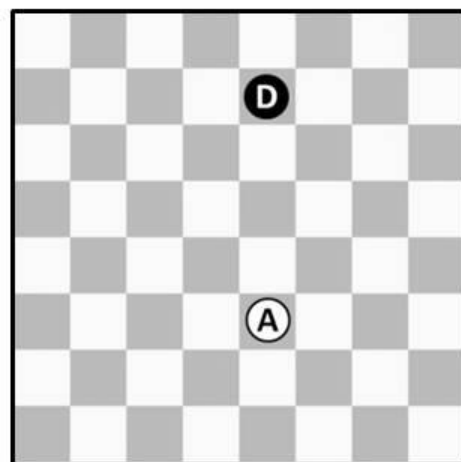
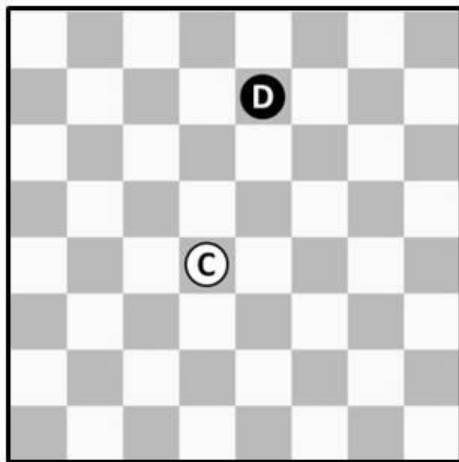
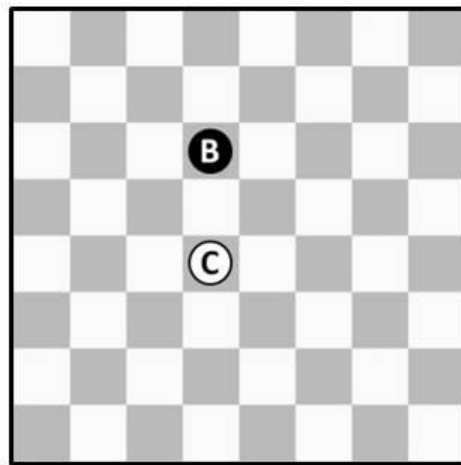
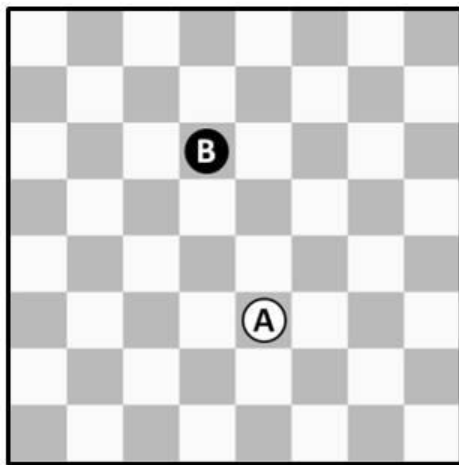
Попов Г. Нетранзитивность - кладезь для шахматных композиторов // Superproblem.ru. 2021.

<http://superproblem.ru/doc/columns/expert/2021/Non-transitivity.pdf>

И человек, разбирающийся в шашках, С. Жураховский, предложил минималистский вариант в комментарии к моей статье:

Поддьяков А. Н. Нетранзитивность - кладезь для изобретателей // Троицкий вариант - наука. 2017. № 242.

<https://trv-science.ru/2017/11/netranzitivnost-kladez-dlya-izobretatelej/#comment-96111>



Шашки - нетранзитивные позиции С.Жураховского

Одно из теоретико-игровых следствий обнаружения нетранзитивных шахматных и шашечных позиций таково. Получено короткое доказательство важного факта, пусть интуитивно понятного или известного опытным игрокам. В общем случае позиция белых не может быть описана фиксированной количественной оценкой, исчерпывающе характеризующей силу (потенциал) этой позиции — без учета позиции черных. Точно так же позиция черных не может быть описана фиксированной количественной оценкой, исчерпывающе характеризующей силу этой позиции, без учета позиции белых. Сила (потенциал) конкретной позиции белых относительно и определяется ее взаимодействием с конкретной позицией черных, и наоборот.

Это очевидно? Рассмотрим модельный пример.

К опытному шахматисту приходит талантливый в шахматах и математике ребенок и говорит: «Я разработал формулу, которая позволяет оценивать по отдельности позицию белых и позицию черных и приписывать им однозначную, фиксированную количественную оценку, а затем сравнивать эти позиции — уже просто как числа, какое больше: у белых или у черных».

Вместо ответа типа: «Вот сыграешь много партий и на опыте поймешь, что это не так; такая формула, я уверен, невозможна» теперь есть возможность ответа другого типа:

«Есть такая штука, как нетранзитивные шахматные позиции, и они означают, что позиция белых и позиция черных не могут иметь фиксированной количественной оценки без учета друг друга. В круге побед и поражений, где каждая позиция бьет соседку с одной стороны и бьется соседкой с другой, какие могут быть фиксированные численные оценки? Дать тебе готовый пример таких позиций или хочешь придумать свой пример сам?»

Итак, на настоящий момент существование нетранзитивных шахматных позиций — это самое короткое строгое доказательство невозможности независимых друг от друга фиксированных количественных оценок позиций белых и черных.

Поддьяков А. Н. Нетранзитивность - кладезь для изобретателей // Троицкий вариант - наука. 2017. № 242.
<https://trv-science.ru/2017/11/21/netranzitivnost-kladez-dlya-izobretatelej/>

Поддьяков А. Н. Нетранзитивность выигрышности шахматных позиций и ее следствия для теории игр и эпистемологии // Психология когнитивных процессов /под ред. Селиванова В.В. Смоленск: Издательство СмолГУ, 2017. <https://publications.hse.ru/mirror/pubs/share//direct/206920625>

Итак, сила позиции белых может быть оценена только в контексте позиции черных, и наоборот. Не во всех играх дела обстоят так.

Это делает целесообразным введение понятия степени интерактивности игры (возможности взаимодействия, взаимопроникновения сторон) - того, насколько игроки в рамках правил могут влиять на ресурсы, позиции, стратегии друг друга. Шахматы - очень интерактивная игра, там даже возможны нетранзитивные позиции и невозможен расчет силы одной позиции без учета позиции другой.

При этом существуют игры с практически нулевой интерактивностью - и, вероятно, в них нет нетранзитивности. Представим заочное соревнование по решению математических задач. У участников нулевая интерактивность друг с другом.

И могут быть игры с интерактивностью, промежуточной между описанной и шахматами. А также, возможно, даже более интерактивные, чем шахматы (го?).

Возможен ли какой-то общий показатель интерактивности (взаимодействия, взаимопроникновения сторон), позволяющий сравнивать разные игры?

Насколько он может быть интересен в случае его создания?

Ответа на эти вопросы пока нет.

Интересность и фундаментальность такого показателя могут стать яснее в свете полученного результата.

Нетранзитивные игры интеллектуальных агентов

Поддьяков А.Н. Пространственное распределение интеллектуальных агентов при разном радиусе троянского обучения в среде «Вредные пчелы» (2019)

<https://www.researchgate.net/publication/335421622>

Представлены результаты компьютерных симуляционных экспериментов, моделирующих «добросовестное» и «троянское» обучение друг друга интеллектуальных агентов.

Агенты - виртуальные «пчелы» трех видов, которые конкурируют за нектар на виртуальном «поле» и пытаются обмануть конкурентов другого вида.

Цель исследования: сравнить численности и пространственные распределения популяций этих интеллектуальных агентов при разном радиусе троянского обучения, а также при его отсутствии.

Агенты: виртуальные «пчелы» трех видов. Внутри каждого вида - «опытные» пчелы (агенты, способные воздействовать на других) и «молодые» (объекты воздействия). Пчелы летают по полю, питаются нектаром и конкурируют за этот ресурс.

«Ниша проживания»: поле размером 200x200 клеток, с цветами. Каждый цветок может пребывать в двух фазах: а) фазе, когда он продуцирует полезный нектар; б) фазе продуцирования снотворного, усыпляющего пчелу на d раундов. «Опытные» пчелы правильно распознают фазы и пьют то, что им надо. «Молодые» действуют случайным образом. Проспав k раз подряд или оставшись без нектара t раз подряд, пчела «умирает».

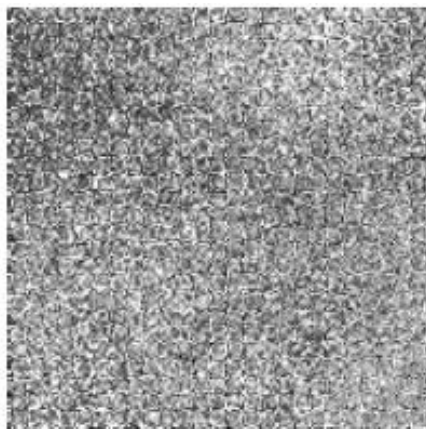
Правила взаимодействия пчел

Опытная пчела в каждом раунде осматривает свою «сферу влияния» (ее размер регулируется экспериментатором) и при обнаружении молодой пчелы своего вида «обучает» ее распознавать «живительную» фазу; при обнаружении молодой пчелы второго вида - «троянски обучает» ее пить из цветка в снотворной фазе (жесткая конкуренция).

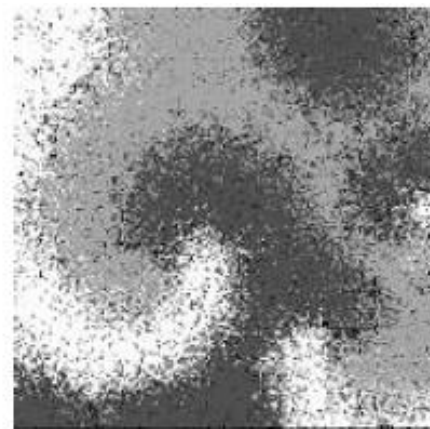
Отношения влияния между видами - по принципу нетранзитивной конкуренции («камень-ножницы-бумага»): А «троянит» В, В - С, С - А; А противодействует взаимопомощи С, В - А, С - В.



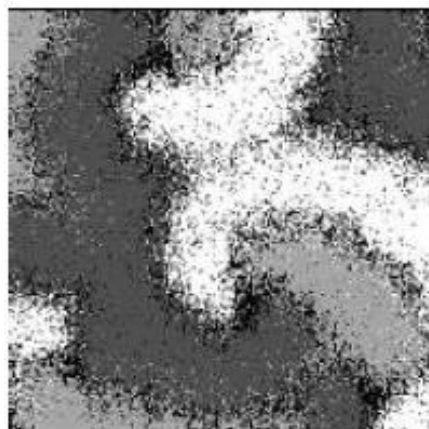
а) Старт: $N = 90$



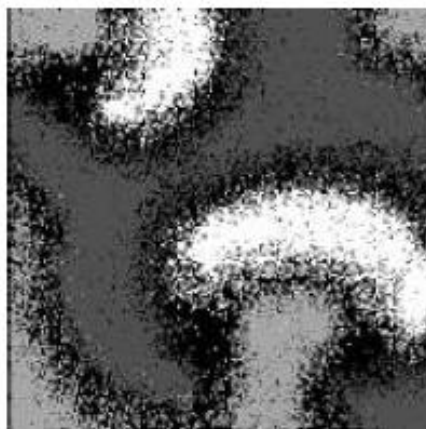
б) $R = 0$, $N = 37754$



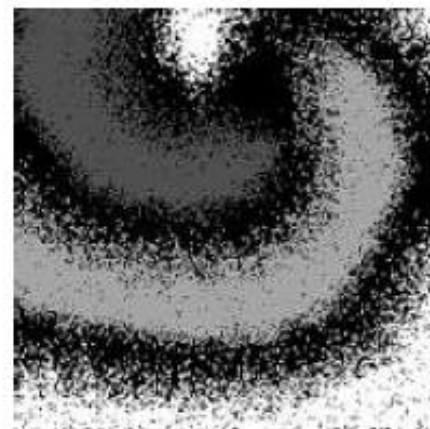
в) $R = 1$, $N = 35005$



г) $R = 5$, $N = 31433$



д) $R = 15$, $N = 23890$



е) $R = 25$, $N = 20394$

Управление уровнем обучаемости интеллектуального агента - конкурента

(ранее такая проблема никем не ставилась)

Возможными направлениями развития искусственного интеллекта может стать разработка компьютеризованных систем:

- противодействующих обучению других технических систем, понижающих их обучаемость и "интеллектуальный уровень";
- систем, обучающихся и повышающих свой "интеллектуальный уровень" именно в условиях противодействия их функционированию.

Разработка конкурентных сред, в которых конкуренция агентов за более высокие уровни обучаемости является одной из ключевых характеристик среды, может стать важным направлением практической и исследовательской деятельности.

Поддьяков А.Н. Троянское обучение в информационных технологиях // Компьютерра. 2008. № 13 (729).

<https://old.computerra.ru/2008/729/354133>

Можно предполагать, что с большой вероятностью эти сложные среды будут нетранзитивными.

Schreiber and Bramstang [10] successfully created a relatively simple learning algorithm to evolve a chess engine towards better performance, but were not able to enforce learning with intransitive arrangements (which they call scissors – paper – rock). A major question related to AI is whether AI can perform well in more complex and uncertain situations, especially when significant intransitivity is present in a competitive environment. We demonstrate that no algorithm can become undefeatable and exercise full control over an intransitive competitive environment by subjugating all other agents to its own goals, unless this algorithm is advantageously benefited by asymmetric availability of information or resources. This impossibility of controlling competitive environments points to emergence of complexity, although the question of whether AI systems can reach the higher levels of complexity associated with known complex evolutionary systems (e.g. that of biological, social and technological systems, and of human intelligence and organisation) remains open.

Klimenko A., Klimenko D. On limitations of learning algorithms in competitive environments (2020)

<https://arxiv.org/abs/2011.12728>

T. S. Roberts (2004):

“Transitivity and intransitivity are fascinating concepts that relate both to mathematics and to the real world we live in”.

P. Fishburn (1991):

Rejection of intransitivity is analogous with “rejection of non-Euclidean geometry in physics would have kept the familiar and simpler Newtonian mechanics in place, but that was not to be”.

Поддьяков А. Н. Принцип нетранзитивности
превосходства в разных парадигмах // Вопросы
психологии. 2019. № 2. С. 3-16.

<https://www.researchgate.net/publication/335014658>

Poddiakov, A. (2019). Learning intransitivity: from
intransitive geometrical objects to “rhizomatic”
intransitivity. In Shvarts A. (Ed.) (2019)

<https://www.researchgate.net/publication/338363121>