

Материальное следование и материальное обоснование в программе Больцано-Тарского¹

Наряду с теоретико-модельным определением необходимого и формального логического следования:

Df 1. Предложение X логически следует из предложений класса K , если и только если каждая модель класса K является также моделью предложения X

Альфред Тарский вводит понятие материального следования:

Df 2. Предложение X материально следует из предложений класса K , если и только если предложение X истинно или хотя бы одно предложение класса K ложно [3, 418].

Определение Тарским материального следования не апеллирует к понятию модели и расходится с интуицией логического следования: из предложения «Москва – столица России» материально следует предложение «Варшава – столица Польши», истинное предложение материально следует из любого предложения, из ложного предложения материально следует любое предложение. В докладе ставится задача выявления неочевидного потенциала и историко-логических предпосылок понятия материального следования и коррелятивного ему понятия материального обоснования.

Дихотомия материальных и формальных консеквенций находилась в фокусе внимания средневековой логики с начала 14 века. При всем многообразии подходов к трактовке материальных консеквенций их схоластическое понимание отличается от определения Тарского (отождествление материального следования Тарского с *consequentia materialis* средневековой логики можно встретить, например, в [2, 100]). Согласно подходу парижской школы (Жан Буридан, Альберт Саксонский, Марсилиус Ингенский и др.), консеквенция формальна, если она валидна для любых подстановок категорематических терминов. Не обладающие этим свойством материальные консеквенции не исключаются, однако, в отличие от материального следования Тарского, из сферы логики. Материальную (в интерпретации парижской школы) консеквенцию «Человек бежит, следовательно, животное бежит» представители английской школы (Ричард Биллингем, Роберт Фланд, Ральф Строуд, Ричард из Лавенема и др.) рассматривают как формальную на том основании, что ее консеквент с необходимостью принадлежит пониманию антецедента; материальными они считают консеквенции с невозможными антецедентами и необходимыми консеквентами, удовлетворяющие подстановочному и теоретико-модельному критериям формальности. Сочетание различных принципов демаркации формальных и материальных консеквенций привело к появлению в поздней схоластике (Павел Венецианский, Павел из Перголы) экзотических классов консеквенций: формально валидных формально (*de forma*) и формально валидных материально (*de materia*).

Бернард Больцано развивает подстановочную трактовку формального следования: «предложения M, N, O, \dots относительно представлений i, j, \dots находятся к предложениям A, B, C, \dots в отношении формального следования или формально следуют из них, если каждая совокупность представлений, которая при замене i, j, \dots делает истинными все представления A, B, C, \dots , превращает в истины и все M, N, O, \dots , причем в такие, которые к истинам A, B, C, \dots , относятся как следствие к своим основаниям» [1, 188]. Таким образом, Больцано рассматривает формальное следование как трехместное отношение \vdash между

¹ Исследование финансировалось в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации "5-100"

двумя классами предложений в себе M, N, O, \dots и A, B, C, \dots и классом представлений в себе i, j, \dots :

Df 3. $M, N, O \dots \vDash_{i,j,\dots} A, B, C, \dots$, если и только если для каждой подстановки g в $M, N, O \dots$ и $A, B, C \dots$ вместо i, j, \dots , при которой $M[g], N[g], O[g] \dots$ истинны, $A[g], B[g], C[g] \dots$ также истинны.

Несмотря на то, что, по собственному признанию Тарского, тот не был знаком с работами Больцано, пока Генрих Шольц не указал ему на сходство их взглядов, принято говорить о «программе Больцано-Тарского». Действительно, Тарский считает полезным релятивизировать понятие следования относительно класса предложений L (аналитичность предложений класса L влечет формальность следования, их истинность – его материальность). Подобно Больцано, он вводит, таким образом, трехместное отношение следования: *следование с учетом класса предложений L* [3, 419]. Однако Тарский определяет понятие логического следования для предложений, истинность которых варьируется в универсумах различных моделей, в то время как, согласно Больцано, отношение следования устанавливается между предложениями в себе относительно представлений в себе, варьирование которых происходит в неварьируемом универсуме. Больцано полагает аналитическими предложения, порождающие в результате такого варьирования только истинные или только ложные предложения. Ни одно предложение в себе не может быть аналитическим в отношении всех входящих в него представлений, однако, в логически аналитических предложениях варьированию подлежат все нелогические представления. Отношение формального следования между классами предложений в себе M, N, O, \dots и A, B, C, \dots коррелятивно классу варьируемых представлений и имеет место тогда, когда хотя бы одно варьируемое представление i удовлетворяет *Df 3*. Соответственно, логическое следование требует варьирования всех нелогических представлений в этих предложениях. Понимание Больцано логического следования предвосхищает, таким образом, определение Тарским формального следования как *следования с учетом класса аналитических предложений* (в терминологии Больцано, логически аналитических предложений в себе).

Характеризуя материальное следование, Больцано отмечает, что оно выражается предложением «отношение истин M, N, O, \dots к истинам A, B, C, \dots имеет свойство отношения следствий к своим основаниям» [1, 194]. Используемый Больцано термин *Abfolge* может истолковываться не только как следование (*consequence* или *entailment*), но и как отношение следствия к его основанию, обоснование следствия (*grounding*). Возможное только между истинными предложениями, отношение обоснования не тождественно формальному следованию между ними: истинное предложение «летом теплее, чем зимой» формально следует из истинного предложения «ртутный столбик термометра стоит летом выше, чем зимой» (относительно варьируемых представлений «лето» и «зима»), однако не обосновывается им [1, 213]. Поясняя суть отношения обоснования, Больцано апеллирует к различию, проводимому Аристотелем и схоластами между доказательством, *что есть* вещь, и доказательством, *почему есть* вещь. Уточнение связи этого различия с дихотомией формального и материального следования в программе Больцано-Тарского является одной из задач доклада.

Литература

[1] Больцано Б. *Учение о науке*. СПб.: Наука, 2003.

[2] Hitchcock D. *On Reasoning and Argument. Essays in Informal Logic and on Critical Thinking*. Springer International Publishing, 2017.

[3] Tarski A. *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938*. Ed. by John

Corcoran. Indianapolis: Hackett, 1983.